Université François-Rabelais
Droit - Economie - Sciences Sociales
Tours

Session :	galop d'essai du 1er semestre
Année d'étude :	Première année, 2017-2018
	Sciences Economiques
Discipline :	***Introduction à la Macroéconomie 1***
	(Unité d'Enseignements Fondamentaux UE1-1)
Titulaire du cours :	M. Olivier CARDI
Durée :	1H45

- Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
- Entourez la bonne réponse avec un stylo rouge.
- Une bonne réponse donne 1 point, l'absence de réponse 0 point, une mauvaise réponse enlève 0.5 point.

1 Questions de cours

1. Charles Jones et Peter Klenow (2017) proposent une mesure du bien-être en s'appuyant sur plusieurs facteurs explicatifs comme le loisir, la part du revenu consommée, l'espérance de vie et:
   A) le niveau d'éducation, B) la qualité de l'environnement, C) le montant de biens publics, D) les inégalités de consommation,
   Réponse : D).
2. Un pays qui connaît des entrées nettes de capitaux est nécessairement caractérisé par (**indiquer la réponse qui n'est pas correcte**):
   A) un investissement supérieur à l'épargne nationale, B) une inflation trop forte, C) des dépenses supérieures au revenu, D) un déficit commercial
   Réponse : B). En utilisation l'équilibre sur le marché des biens et services, on a montré dans le cours que:
   $$I - S = IM - EX = (C + I + G) - Y.$$
   L'écart $I - S$ correspond aux entrées nettes de capitaux ce qui signifie que l'investissement est supérieur à l'épargne; l'explication est que le pays a des dépenses $C+I+G$ trop élevées par rapport à son revenu Y ; comme le pays dépense et donc importe de manière importante et consomme également une part importante de la production donc une fraction faible est donc exportée, il s'ensuit un déficit commercial.
3. L'économie croît au taux annuel moyen de $g_Y = 2.1\%$. Combien d'années faudra-t-il pour faire quadrupler le PIB réel:

A) 33 années, B) 57 années, C) 48 années, D) 66 années

Réponse : D). En supposant que l'économie croît à un taux annuel constant g pendant T années, en débutant avec un PIB réel initial Y_0, l'économie atteindra un PIB réel à la date T Y_T égal à:

$$Y_T = (1+g)^T \ .Y_0. \tag{1}$$

En appliquant le logarithme à gauche et à droite de (7) et en utilisant le principe de l'approximation linéaire $\ln(1+g) \simeq g$ quand g proche de zéro, on obtient:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{g} \ . \ln\left(\frac{Y_T}{Y_0}\right), \\ &= \frac{1}{0.021} \ . \ln 4 = 66, \end{aligned} \tag{2}$$

où on a posé $\frac{Y_T}{Y_0} = 4$ et $g = 0.021$.

4. La population en âge de travailler compte 300 millions de personnes; la population active L représente 3/5 de la population en âge de travailler et l'emploi N représente 3/6 de la population en âge de travailler. Le taux de chômage involontaire u de cette économie est égal à:

   A) $u = 1/9$, B) $u = 1/10$, C) $u = 1/5$, D) $u = 1/6$

   Réponse : D). Le taux de chômage est égal à la part de la population active L qui est inemployée. En notant N le nombre de travailleurs et POP la population en âge de travailler, on obtient:

$$u = \frac{L-N}{L} = \frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{3}{6}\right) \ .POP}{\frac{3}{5} \ .POP} = \frac{18-15}{30} \ .\frac{5}{3} = \frac{1}{6}.$$

2 Exercice : Calcul des indicateurs macroéconomiques dans une économie à deux secteurs

On considère une économie sans Etat composée de deux secteurs, le secteur manufacturier repéré par l'indice M et le secteur des services repéré par l'indice S. Chaque secteur $i = M,S$ produit une quantité Y_t^i à la date t à l'aide de travail L^i supposé constant au cours le temps (donc $L_t^i = L^i$) selon la technologie de production décrite par la relation suivante:

$$Y_t^i = A_t^i \ .L^i, \tag{3}$$

où A^i est la productivité du travail dans le secteur $i = M,S$. On suppose qu'initialement, à la date $t = 0$, la productivité du secteur manufacturier est 50% plus élevée que celle du secteur des services:

$$A_0^M = \frac{3}{2} \ .A_0^S. \tag{4}$$

On pose $A_0^S = 1$. Chaque secteur rémunère le travail à un taux de salaire W_t identique à chaque date t. La quantité de travail disponible dans l'économie, notée $\bar{L}$, supposée constante au cours du temps et que l'on normalise à 1 est répartie entre les deux secteurs de la manière suivante:

$$L^M = L^S = \frac{1}{2} .\bar{L} = \frac{1}{2}. \tag{5}$$

Chaque secteur vend sa production aux consommateurs au prix P_t^i. On normalise le prix du secteur manufacturier à 1, c'est-à-dire

$$P_t^M = 1. \tag{6}$$

1. On se situe à la date $t = 0$. En utilisant l'égalité entre le prix et le coût marginal dans le secteur manufacturier, calculez le taux de salaire W_0:
   A) $W_0 = \frac{1}{2}$, B) $W_0 = 1$, C) $W_0 = \frac{3}{2}$, D) $W_0 = \frac{2}{3}$
   Réponse : C). Le secteur manufacturier choisit la quantité à produire en égalisant son prix $P_0^M = 1$ au coût marginal $\frac{W_0}{A_0^M}$. En réarrangeant les termes, on obtient: $W_0 = P_0^M .A_0^M = \frac{3}{2} .A_0^S = \frac{3}{2}$
2. Comme chaque secteur choisit la quantité à produire en égalisant le prix au coût marginal, l'égalité du taux de salaire W_0 entre les secteurs implique que le prix des services à la date $t = 0$, noté P_0^S, est égal à:
   A) $P_0^S = 1$, B) $P_0^S = \frac{3}{2}$, C) $P_0^S = \frac{2}{3}$, D) $P_0^S = \frac{1}{2}$
   Réponse : B). Le coût marginal est égal au rapport entre le taux de salaire et la productivité du travail, cad $\frac{W}{A^i}$. L'égalité entre le prix et le coût marginal implique $P_t^M = 1 = \frac{W_t}{A_t^M}$ dans le secteur manufacturier et $P_t^S = \frac{W_t}{A_t^S}$ dans le secteur des services. En utilisant le fait que le taux de salaire est identique, on obtient:

$$W_t = A_t^M = P_t^S .A_t^S, \quad P_t^S = \frac{A_t^M}{A_t^S} = \frac{3}{2} \tag{7}$$

3. Calculez le PIB nominal en $t = 0$ noté Q_0 en utilisant (3)-(6) et votre réponse à la question précédente:
   A) $Q_0 = 1$, B) $Q_0 = \frac{13}{12}$, C) $Q_0 = \frac{5}{4}$, D) $Q_0 = \frac{3}{2}$
   Réponse : D). Le PIB nominal Q_0 est égal à la somme des valeurs ajoutées $P_0^M .Y_0^M + P_0^S .Y_0^S$. En posant $P^M = 1$, en utilisant (3)-(5) et en substituant l'expression du prix relatif des services déterminé à la question précédente, le PIB nominal à la date t_0 est égal à:

$$\begin{aligned} Q_0 &= A_0^M .L^M + \frac{A_0^M}{A_0^S} .A_0^S .L^S, \\ &= A_0^M . \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right], \\ &= \frac{3}{2}, \end{aligned} \tag{8}$$

   où on a utilisé le fait que $A_0^S = 1$ et $\bar{L} = 1$.
4. On suppose qu'en $t = 1$, la productivité du travail du secteur manufacturier s'est élevée davantage que la productivité du travail dans le secteur des services de telle sorte que

$A_1^M = 2\,.A_1^S$ avec $A_1^S = \frac{4}{3}\,.A_0^S$. Calculez la nouvelle valeur du prix des services en combinant l'égalité du prix au coût marginal dans chaque secteur et l'égalité du taux de salaire entre les secteurs:

A) $P_1^S = 2$, B) $P_1^S = \frac{4}{3}$, C) $P_1^S = 1$, D) $P_1^S = \frac{3}{2}$

Réponse : A). Le coût marginal est égal au rapport entre le taux de salaire et la productivité du travail, cad $\frac{W}{A^i}$. L'égalité entre le prix et le coût marginal implique $P_t^M = 1 = \frac{W_1}{A_1^M}$ dans le secteur manufacturier et $P_1^S = \frac{W_1}{A_1^S}$ dans le secteur des services. En utilisant le fait que le taux de salaire est identique, on obtient:

$$W_1 = A_1^M = P_1^S\,.A_1^S, \quad P_1^S = \frac{A_1^M}{A_1^S} = 1. \tag{9}$$

5. Calculez le PIB nominal à la date $t = 1$, noté Q_1, en utilisant votre réponse à la question précédente:

A) $Q_1 = \frac{3}{2}$, B) $Q_1 = \frac{13}{12}$, C) $Q_1 = \frac{5}{2}$, D) $Q_1 = \frac{8}{3}$

Réponse : D). Le PIB nominal à la date $t = 1$, Q_1, est égal à la somme des valeurs ajoutées $P_1^M\,.Y_1^M + P_1^S\,.Y_1^S$. En posant $P_1^M = 1$, en utilisant (3)-(5) et en substituant l'expression du prix relatif des services égal à $P_1^S = \frac{A_1^M}{A_1^S}$, le PIB nominal à la date t_1 est égal à:

$$\begin{aligned} Q_1 &= A_1^M\,.L^M + \frac{A_1^M}{A_1^S}\,.A_1^S\,.L^S, \\ &= A_1^M\,.\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right], \\ &= 2\,.\frac{4}{3}\,.1 = \frac{8}{3}, \end{aligned} \tag{10}$$

où on a utilisé le fait que $A_0^S = 1$, $A_1^S = \frac{4}{3}\,.A_0^S = \frac{4}{3}$, et $\bar{L} = 1$.

6. On suppose que la date $t = 0$ est l'année de référence pour le calcul du PIB réel. Calculez le PIB réel à la date $t = 1$ noté Y_1:

A) $Y_1 = \frac{7}{3}$, B) $Y_1 = \frac{5}{3}$, C) $Y_1 = \frac{3}{2}$, D) $Y_1 = 2$

Réponse : A). Le PIB réel à la date $t = 1$, Y_1, est égal à la somme des valeurs ajoutées $P_0^M\,.Y_1^M + P_0^S\,.Y_1^S$, les quantités vendues par chaque secteur étant évaluées aux prix de l'année de référence $t = 0$. En posant $P_0^M = 1$, en utilisant (3)-(5) et en substituant l'expression du prix relatif des services égal à $P_0^S = \frac{A_0^M}{A_0^S}$, le PIB réel à la date t_1 est égal à:

$$\begin{aligned} Y_1 &= A_1^M\,.L^M + \frac{A_0^M}{A_0^S}\,.A_1^S\,.L^S, \\ &= 2\,.A_1^S\,.\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\,.A_1^S\,.\frac{1}{2}, \\ &= A_1^S\,.\left(1 + \frac{3}{4}\right), \\ &= \frac{4}{3}\,.\frac{7}{4} = \frac{7}{3}. \end{aligned} \tag{11}$$

où on a utilisé le fait que $A_0^S = 1$, $A_1^S = \frac{4}{3}\,.A_0^S = \frac{4}{3}$, et $\bar{L} = 1$.

7. Calculez le taux de croissance de l'économie à la date $t = 1$, noté g_1:

   A) $g_1 = \frac{5}{9}$, B) $g_1 = \frac{7}{9}$, C) $g_1 = \frac{1}{3}$, D) $g_1 = \frac{5}{6}$

   Réponse : A). Le taux de croissance de l'économie est mesuré à l'aide du taux de croissance du PIB réel entre les dates $t = 1$ et $t = 0$:

$$g_1 = \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{9}, \tag{12}$$

   où on utilise le fait qu'à la date de référence, le PIB réel et le PIB nominal coïncident, cad $Y_0 = Q_0 = \frac{3}{2}$.

8. Calculez le déflateur du PIB à la date $t = 1$, noté P_1:

   A) $P_1 = \frac{7}{3}$, B) $P_1 = \frac{8}{7}$, C) $P_1 = \frac{15}{14}$, D) $P_1 = \frac{3}{2}$

   Réponse : B). Le déflateur du PIB à la date $t = 1$ est égal au rapport entre le PIB nominal Q_1 et le prix réel Y_1:

$$P_1 = \frac{Q_1}{Y_1} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{8}{7}. \tag{13}$$

9. On suppose que les quantités produites Y^i sont égales aux quantités achetées C^i par les consommateurs dans chaque secteur $i = M,S$, c'est-à-dire, $Y^i = C^i$. La date $t = 0$ étant l'année de base, calculez l'indice de prix à la consommation à la date $t = 1$, noté P_1^C:

   A) $P_1^C = \frac{7}{6}$, B) $P_1^C = \frac{21}{8}$, C) $P_1^C = \frac{7}{4}$, D) $P_1^C = \frac{8}{7}$

   Réponse : A). Pour mesurer l'indice de prix à la consommation, on calcule le rapport entre le coût d'achat des biens et services à la période $t = 1$ au coût d'achat des biens et services à la période $t = 0$, les quantités consommées aux deux périodes étant celles de l'année de base:

$$\begin{aligned} P_1^C &= \frac{P_1^M .Y_0^M + P_1^S .Y_0^S}{P_0^M .Y_0^M + P_0^S .Y_0^S}, \\ &= \frac{Y_0^M + \frac{A_1^M}{A_1^S} .Y_0^S}{Q_0}, \\ &= \frac{A_0^M .\frac{1}{2} + 2 .A_0^S .\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}, \\ &= \frac{\frac{3}{2} .\frac{1}{2} + 1}{\frac{3}{2}}, \\ &= \frac{7}{4} .\frac{2}{3} = \frac{7}{6}. \end{aligned} \tag{14}$$

10. Calculez le taux d'inflation à la date $t = 1$, noté π_1, en utilisant l'indice de prix à la consommation:

    A) $\pi_1 = \frac{3}{4}$, B) $\pi_1 = \frac{1}{6}$, C) $\pi_1 = \frac{13}{8}$, C) $\pi_1 = \frac{1}{7}$

    Réponse : B). Le taux d'inflation représente le taux de croissance de l'indice de prix à la consommation:

$$\pi_1 = \frac{P_1^C - P_0^C}{P_0^C} = \frac{\frac{7}{6} - 1}{1} = \frac{1}{6}. \tag{15}$$

3 Croissance et investissement en éducation

On considère une économie qui produit une quantité Y_t de bien final à l'aide de capital K_t et de travail L_t à la date t. La population égale au nombre de travailleurs, L_t, est supposée constante dans le temps. On se place dans une situation de long terme où le capital par travailleur, noté $k = \frac{K_t}{L_t}$, et la production par travailleur, notée $y = \frac{Y_t}{L_t}$, sont constants. La technologie de production sous forme intensive (c'est-à-dire par travailleur) s'écrit:

$$y = A\, .k^{\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \tag{16}$$

où A est le niveau de technologie. Le niveau de technologie peut être augmenté au moyen d'investissement en éducation:

$$A = (e\, .y)^{\gamma}\,, \quad 0 < \gamma < 1, \tag{17}$$

où $0 < e < 1$ est la fraction du revenu par habitant y allouée aux dépenses d'éducation. L'Etat finance les dépenses publiques en éducation en prélevant une fraction $0 < \tau < 1$ du revenu y:

$$\tau\, .y = e\, .y \tag{18}$$

Chaque ménage épargne une fraction s de son revenu disponible $(1-\tau)\; .y$:

$$s\, .\left(1-\tau\right)\; .y, \tag{19}$$

le reste étant consommé, c. L'épargne par habitant décrite par (19) permet de financer l'investissement par habitant noté i nécessaire pour remplacer le capital devenu obsolète:

$$i = \delta\, .k. \tag{20}$$

1. En vous appuyant sur les données de l'énoncé, la part de la consommation dans le revenu par habitant y est égale à:
   A) $s\, .(1-\tau)$, B) $1-\tau$ C) $(1-s)\; .(1-\tau)$, D) $(1-s)$
   Réponse : C). Les individus allouent leur revenu disponible $y\, .(1-\tau)$ à la consommation c et à l'épargne. La consommation représente la fraction du revenu disponible qui n'est pas épargnée:

   $$\begin{aligned} c &= y\, .(1-\tau) - s\, .(1-\tau)\; .y, \\ &= y\, .(1-\tau)\; .(1-s)\,, \end{aligned} \tag{21}$$

   où on utilise (19). Donc $c/y = (1-\tau)\; .(1-s)$.
2. En substituant (17) dans la fonction de production (16) et en résolvant par rapport y, la technologie de production peut s'écrire comme une fonction du taux d'investissement en éducation:
   A) $y = (e^{\gamma}\, .k^{\alpha})$, B) $y = (e^{\gamma}\, .k^{\alpha})^{1-\gamma}$, C) $y = (e^{\gamma}\, .k^{\alpha})^{\frac{1}{1-\gamma}}$, D) $y = (e\, .k^{\alpha})^{\frac{1}{1-\gamma}}$

Réponse : C). En substituant (17) dans la fonction de production (16) et en résolvant par rapport y, on obtient:

$$\begin{aligned} y &= (e\,.y)^{\gamma}\ .k^{\alpha}, \\ y^{1-\gamma} &= e^{\gamma}\ .k^{\alpha}, \\ y &= e^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}\ .k^{\frac{\alpha}{1-\gamma}}. \end{aligned} \tag{22}$$

3. On pose $\gamma = 1-\gamma$ et $\beta = \frac{\alpha}{\gamma}$. En ayant réécrit au préalable la technologie de production obtenue à la question 2):
   (a) A quelle condition la fonction de production présentera des rendements décroissants par rapport au capital par travailleur:
   A) $\gamma < 1$, B) $\alpha < \gamma$, C) $\alpha = \gamma$, D) $\alpha > \gamma$
   Réponse : B. On réécrit d'abord la technologie de production (22) en posant $\gamma = 1-\gamma$ et $\beta = \frac{\alpha}{\gamma}$:

$$\begin{aligned} y &= e^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}\ .k^{\frac{\alpha}{1-\gamma}}, \\ &= e\ .k^{\beta}. \end{aligned} \tag{23}$$

   La fonction de production (23) présentera des rendements décroissants par rapport au capital à condition que $\beta < 1$, c'est-à-dire à condition que $\alpha < \gamma$.
   (b) Déterminez la production marginale du capital $R = \frac{\partial y}{\partial k}$:
   A) $R = e\ .k^{\beta-1}$, B) $R = \beta\ .e\ .k^{\beta-1}$, C) $R = \beta\ .e\ .k^{\beta}$, D) $R = \beta\ .e\ .k^{\frac{1-\beta}{\beta}}$
   Réponse : B). Pour déterminer la productivité marginale du capital, R, on détermine comment varie y lorsque k s'élève; on calcule donc la dérivée première de (23) par rapport à k:

$$R = \frac{\partial y}{\partial k} = \beta\ .e\ .k^{\beta-1}. \tag{24}$$

   (c) En utilisant la fonction de production pour exprimer k en fonction de y et de e, la productivité marginale du capital R s'écrit maintenant:
   A) $R = e^{\beta}\ .y^{\frac{\beta-1}{\beta}}$, B) $R = \beta\ .e^{\frac{2\,.\beta-1}{\beta}}\ .y^{\beta-1}$, C) $R = \beta\ .e^{\frac{1}{\beta}}\ .y$, D) $R = \beta\ .e^{\frac{1}{\beta}}\ .y^{\frac{\beta-1}{\beta}}$
   Réponse : D). On exprime k en fonction de y et de e à l'aide de (23):

$$k = \left(\frac{y}{e}\right)^{\frac{1}{\beta}}. \tag{25}$$

   Puis on substitue (25) dans (24) pour réécrire R en fonction du revenu par habitant et du taux d'investissement en éducation:

$$\begin{aligned} R &= \beta\ .e\ .\left(\frac{y}{e}\right)^{\frac{\beta-1}{\beta}}, \\ &= \beta\ .e^{\frac{1}{\beta}}\ .y^{\frac{\beta-1}{\beta}}. \end{aligned} \tag{26}$$

   (d) On considère deux pays repérés par l'indice $i = 1$ et $i = 2$. Le pays 2 a un niveau de vie 10 fois plus élevé que le pays 1 et un taux d'investissement en éducation équivalent. En posant $\beta = \frac{1}{2}$, calculez l'écart de productivité marginale du capital $\frac{R_1}{R_2}$:

A) $\frac{R_1}{R_2} = 100$, B) $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{10}$, C) $\frac{R_1}{R_2} = 10$, D) $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{100}$,

Réponse : C). En utilisant (26), l'écart de productivité marginale du capital $\frac{R_1}{R_2}$ est égal à:

$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_2} &= \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^{\frac{\beta-1}{\beta}}, \\ &= \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^{\frac{1-\beta}{\beta}}, \\ &= (10)^{\frac{0.5}{0.5}} = 10. \end{aligned} \tag{27}$$

(e) On considère maintenant que le pays 2 a un niveau de vie 10 fois plus élevé que le pays 1 et un niveau d'éducation 2 fois plus important. En posant $\beta = \frac{1}{2}$, calculez l'écart de productivité marginale du capital $\frac{R_1'}{R_2'}$:

A) $\frac{R_1'}{R_2'} = \frac{5}{2}$, B) $\frac{R_1'}{R_2'} = \frac{1}{50}$, C) $\frac{R_1'}{R_2'} = \frac{3}{2}$, D) $\frac{R_1'}{R_2'} = \sqrt{5}$,

Réponse : A). En utilisant (26), l'écart de productivité marginale du capital $\frac{R_1}{R_2}$ est égal à:

$$\begin{aligned} \frac{R_1'}{R_2'} &= \left(\frac{e_1}{e_2}\right)^{\frac{1}{\beta}} . \left(\frac{y_1}{y_2}\right)^{\frac{\beta-1}{\beta}}, \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 . \frac{R_1}{R_2}, \\ &= \frac{10}{4} = \frac{5}{2}. \end{aligned} \tag{28}$$

(f) En utilisant (18) et en égalisant l'épargne (19) à l'investissement (20) par habitant, déterminez le capital par travailleur k de long terme:

A) $k = \left[\frac{s\,.(1-e)\,.e}{\delta}\right]^{\frac{\gamma}{1-\beta}}$, $k = \left[\frac{s\,.(1-e)\,.e}{\delta}\right]^{1-\beta}$, C) $k = \left[\frac{s\,.(1-e)\,.e^{\gamma}}{\delta}\right]^{\frac{1}{1-\beta}}$ D) $k = \left[\frac{s\,.(1-e)\,.e}{\delta}\right]^{\frac{1}{1-\beta}}$

Réponse : D. En égalisant l'épargne (19) à l'investissement (20) par habitant, en en utilisant (18) et (23), on obtient le capital par travailleur k de long terme:

$$\begin{aligned} s\,.(1-\tau)\,.y &= \delta\,.k, \\ s\,.(1-e)\,.e\,.k^{\beta} &= \delta\,.k, \\ \left[\frac{s\,.(1-e)\,.e}{\delta}\right]^{\frac{1}{1-\beta}} &= k. \end{aligned} \tag{29}$$

(g) On considère deux pays reprérés par l'indice $i = 1$ et $i = 2$. Ces deux économies ont les mêmes caractéristiques (s, δ, β identiques), à l'exception du taux d'investissement en éducation. Le pays 1 a un taux d'investissement en éducation $e_1 = \frac{1}{2}$ et le pays 2 un taux d'investissement $e_2 = \frac{1}{4}$. On pose $\beta = \frac{1}{2}$. Déterminez l'écart de capital par travailleur $\frac{k_1}{k_2}$ en utilisant votre réponse à la question précédente:

A) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{16}{9}$, B) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{9}{8}$, C) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{\sqrt{8}}$, D) $\frac{k_1}{k_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$,

Réponse : A). En utilisant (29) et le fait que $e_1 = \frac{1}{8}$, $e_2 = \frac{1}{9}$, et en calculant le rapport

$\frac{k_1}{k_2}$, on obtient:

$$\begin{aligned}
\frac{k_1}{k_2} &= \left[\frac{(1-e_1)\ \ .e_1}{(1-e_2)\ \ .e_2}\right]^{\frac{1}{1-\beta}}, \\
&= \left(\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} . \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}, \\
&= \left(\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{16}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}, \\
&= \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} = \frac{16}{9}.
\end{aligned} \tag{30}$$