

**Université François-Rabelais**  
**Droit - Economie - Sciences Sociales**  
Tours

**Année universitaire :** 2016-2017  
**Session :** première session du premier semestre  
**Année d'étude :** M1  
Sciences Economiques  
**Discipline :** ***Economie Avancée***  
(Unité d'Enseignements Fondamentaux 1.2)  
**Titulaire du cours :** M. Olivier CARDI

– Nom :

– Prénom :

– Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

– Entourez la bonne réponse avec un stylo rouge.

– Chaque bonne réponse dans les exercices (questions de cours) donne 1 (0.5) point, l'absence de réponse 0 point, une mauvaise réponse enlève 0.5 (0.25) point.

## 1 Questions de Cours (3 points)

1. L'élasticité de substitution intertemporelle détermine le fait qu'un individu est prêteur ou emprunteur:  
A) Vrai, B) Faux
2. L'équivalence ricardienne implique qu'une hausse des impôts conduit à une baisse de l'épargne privée:  
A) Vrai, B) Faux
3. Dans le modèle à générations imbriquées de Diamond-Samuelson, la mise en place d'un système de retraite par capitalisation augmente l'épargne domestique et donc élève le capital par travailleur à long terme:  
A) Vrai, B) Faux
4. D'après la règle d'or, lorsque la productivité marginale du capital physique nette de la dépréciation du capital physique est supérieure au taux de croissance de la population, le pays peut faire augmenter la consommation par habitant en élevant le stock de capital par travailleur:  
A) Vrai, B) Faux

5. En économie ouverte, un déficit de la balance courante pourra être financé par une vente de titres domestiques et/ou de devises étrangères:  
A) Vrai, B) Faux
6. D'après la condition de solvabilité intertemporelle en économie ouverte, un pays ayant une position extérieure nette négative devra enregistrer des surplus commerciaux dans le futur:  
A) Vrai, B) Faux

## 2 Exercice: Déterminants de la position extérieure nette dans le modèle à générations imbriquées (14 points)

On considère une économie ouverte où les individus vivent deux périodes. Au cours de la première période, ils travaillent puis au cours de la deuxième période, ils sont à la retraite. On suppose l'absence d'héritage et la population  $L_t$  croît à un taux constant  $n$ :

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} = (1 + n). \quad (1)$$

L'agent représentatif choisit ses niveaux de consommation lorsqu'il est jeune  $C_t^Y$  puis âgé  $C_{t+1}^O$  de façon à obtenir l'utilité intertemporelle  $\Lambda_t$  la plus élevée:

$$\Lambda_t \equiv \ln(C_t^Y) + \beta \ln(C_{t+1}^O), \quad (2)$$

où le paramètre  $\beta = \frac{1}{1+\rho} > 0$  représente le facteur d'actualisation, avec  $\rho > 0$  le taux de préférence pour le présent. Lors de la première période, l'individu offre une unité de travail et reçoit un salaire  $W_t$  qui est dépensé en biens de consommation  $C_t^Y$ , le reste étant épargné  $S_t$ .

Lors de la deuxième période, l'individu ne travaille pas mais reçoit les revenus d'intérêt notés  $r^* \cdot S_t$  de son épargne  $S_t$  avec  $r^*$  le taux d'intérêt mondial qui est le taux auquel l'économie domestique prête ou emprunte sur le marché mondial des capitaux. L'épargne du ménage représentatif est composé de titres de créance sur le capital physique et d'actifs étrangers. Le stock de capital à la date  $t$  est noté  $K_t$  et le stock net d'actifs étrangers (ou position extérieure) est noté  $B_t$ . On suppose que l'économie est de petite dimension sur le marché mondial des capitaux de telle sorte que le taux d'intérêt mondial,  $r^*$ , est exogène pour la petite économie. Par ailleurs, le taux d'intérêt mondial est supposé constant dans le temps. L'individu âgé consacre intégralement son épargne et les revenus d'intérêt à sa consommation  $C_{t+1}^O$ . Les contraintes budgétaires sont décrites par:

$$C_t^Y + S_t = W_t, \quad (3a)$$

$$C_{t+1}^O = (1 + r^*) \cdot S_t. \quad (3b)$$

Le bien final est produit par la firme représentative en utilisant du capital,  $K_t$ , et du travail,  $L_t$ , selon une technologie de production de type Cobb-Douglas qui s'écrit de la façon suivante:

$$Y_t = (K_t)^\alpha \cdot (A_t \cdot L_t)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (4)$$

où  $A_t$  représente l'efficacité des travailleurs qui croît à un rythme constant égal à  $a$ :

$$\frac{A_{t+1}}{A_t} = 1 + a. \quad (5)$$

On note  $W_t$  le taux de salaire et  $R_t = R^* = r^* + \delta$  le coût du capital constant dans le temps. Pour amener le capital au niveau optimal et amortir le capital, l'économie doit investir à chaque période un montant  $I_t$ :

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta \cdot K_t, \quad (6)$$

où  $\delta$  est le taux de dépréciation du capital physique.

On considère que les marchés des biens et services et des facteurs de production sont en concurrence parfaite. La production du bien final,  $Y_t$ , est vendue au prix  $P_t$  à la fois sur le marché domestique et le marché mondial. Comme l'économie est de petite dimension, les firmes vendent le bien au prix fixé sur le marché mondial,  $P^*$ , que l'on normalise à 1:

$$P_t = P^* = 1. \quad (7)$$

La production du bien final est destinée à la consommation des travailleurs et des retraités, c'est-à-dire  $C_t = L_t \cdot C_t^Y + L_{t-1} \cdot C_t^O$ , à l'investissement  $I_t$ , ainsi qu'à l'exportation:

$$Y_t = C_t + I_t + TB_t. \quad (8)$$

La consommation  $C_t = C_t^D + C_t^E$  est composée d'achats du bien domestique,  $C_t^D$ , et du bien étranger importé,  $C_t^E$ . Comme les biens domestiques et les biens importés sont des substituts parfaits, l'égalité (7) indique que le prix des biens importés,  $P^*$ , est égal au prix des biens domestiques normalisé à 1. Le terme  $TB_t = EX_t - C_t^E$  de l'équation (8) représente la balance commerciale égale aux exportations,  $EX_t$ , moins les importations de biens de consommation,  $C_t^E$ , produits par le reste du monde.

1. Ecrivez la contrainte budgétaire intertemporelle puis déterminez l'égalité entre le taux marginal de substitution intertemporelle et le prix relatif de la consommation présente en résolvant le programme de maximisation intertemporelle:
  - A)  $\frac{C_{t+1}^O}{C_t^O} = (1 + \beta) \cdot (1 + r^*)$ , B)  $\frac{C_{t+1}^O}{C_t^O} = \left(\frac{1+r^*}{1+\beta}\right)$ , C)  $\frac{C_{t+1}^O}{C_t^O} = (1 + r^*)$ , D)  $\frac{C_{t+1}^O}{C_t^O} = \beta \cdot (1 + r^*)$
2. En utilisant votre réponse à la question précédente, déterminez l'expression du montant optimal d'épargne  $S_t$  en fonction du salaire  $W_t$ :
  - A)  $S_t = \frac{1}{1+\beta} \cdot W_t$ , B)  $S_t = \frac{\beta}{1+\beta} \cdot W_t$ , C)  $S_t = \beta \cdot W_t$ , D)  $S_t = \frac{1}{1-\beta} \cdot W_t$
3. En écrivant au préalable le profit de la firme et en résolvant le programme de maximisation de la firme, déterminez l'expression du capital par travailleur efficace  $k_t \equiv \frac{K_t}{A_t L_t}$  en fonction de  $R^*$ :
  - A)  $k_t = \left(\frac{\alpha}{R^*}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ , B)  $k_t = (R^*)^{\frac{1}{\alpha-1}}$ , C)  $k_t = (\alpha \cdot R^*)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ , D)  $k_t = \left(\frac{\alpha}{R^*}\right)^{\alpha-1}$
4. On note  $\tilde{k}$  le capital par travailleur efficace à l'état stationnaire (ou de long terme). Expliquez pourquoi le capital par travailleur efficace est constant dans le temps et atteint

instantanément son niveau de long terme  $k_t = \tilde{k}$ . Répondez ci-dessous (votre réponse ne dépassera pas trois lignes):

5. En utilisant (1), (5) et le fait que  $k_{t+1} = k_t$ , déterminez le stock de capital à la date  $K_{t+1}$ :  
 A)  $K_{t+1} = (1+n) \cdot K_t$ , B)  $K_{t+1} = (1+a) K_t$ , C)  $K_{t+1} = (1+a) \cdot (1+n) \cdot K_t$ , D)  
 $K_{t+1} = \left(\frac{1+n}{1+a}\right) \cdot K_t$
6. Déterminez le salaire réel en utilisant les conditions du premier ordre du programme de maximisation de la firme:  
 A)  $W_t = (1-\alpha) \cdot A_t \cdot (\tilde{k})^\alpha$ , B)  $W_t = (1-\alpha) \cdot (\tilde{k})^\alpha$ , C)  $W_t = (1-\alpha) \cdot (\tilde{k})^{1-\alpha}$ , D)  
 $W_t = (1-\alpha) \cdot A_t \cdot (\tilde{k})^{1-\alpha}$
7. A quel rythme croît le taux de salaire réel? (Aide: Calculez  $\frac{W_{t+1}}{W_t}$ ):  
 A)  $\frac{W_{t+1}}{W_t} = 1$ , B)  $\frac{W_{t+1}}{W_t} = 1+n$ , C)  $\frac{W_{t+1}}{W_t} = 1+a$ , D)  $\frac{W_{t+1}}{W_t} = (1+a) \cdot (1+n)$
8. En utilisant le fait que les retraités nés à la date  $t-1$  ont accumulé une épargne totale constituée de capital physique,  $K_t$ , et d'actifs étrangers,  $B_t$ , et rémunérée au taux  $1+r^*$ , et en évaluant la consommation des travailleurs à la date  $t$  à l'aide de (3a), calculez la consommation totale,  $C_t$ . Puis en substituant  $C_t$  et  $I_t$  décrit par (6) dans (8) et en utilisant la définition de la balance courante, montrez que:

$$S_t \cdot L_t = B_{t+1} + K_{t+1}. \quad (9)$$

9. On note  $b_{t+1} = \frac{B_{t+1}}{A_{t+1} \cdot L_{t+1}}$  et  $k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1} \cdot L_{t+1}}$  la position extérieure nette et le stock de capital par travailleur efficace. Exprimez la condition d'équilibre sur le marché des biens et services (9) en termes de travailleur efficace (Aide: diviser les membres de gauche et de droite de (9) par  $A_t \cdot L_t$ ).
10. En combinant vos réponses aux questions 2) et 6), et en utilisant l'expression de la productivité marginale du capital par travailleur efficace déterminée à la question 3), montrez que l'épargne totale domestique par travailleur efficace s'écrit:

$$\frac{S_t \cdot L_t}{A_t \cdot L_t} = \frac{\beta}{1+\beta} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \cdot R^* \cdot \tilde{k} \quad (10)$$

11. En combinant vos réponses aux deux questions précédentes, montrez que la position extérieure de la petite économie ouverte s'écrit:

$$b_{t+1} = \left[ \frac{\beta}{1+\beta} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \cdot \frac{R^*}{(1+a) \cdot (1+n)} - 1 \right] \cdot \tilde{k}. \quad (11)$$

Expliquez de manière analytique puis de manière économique la raison pour laquelle  $b_{t+1} = b_t = \tilde{b}$ .

12. Déterminez la relation entre  $B_{t+1}$  et la position extérieure initiale  $B_0$  en utilisant le fait  $b_{t+1} = b_t = \tilde{b}$  ainsi que (1) et (5). On note  $y_t$  la production par travailleur efficace. En utilisant le fait que  $y_{t+1} = \frac{Y_{t+1}}{A_{t+1} \cdot L_{t+1}} = y_t$ , en déterminant une relation entre  $Y_{t+1}$  et  $Y_0$ , montrez que:

$$\frac{B_{t+1}}{Y_{t+1}} = \frac{B_0}{Y_0}. \quad (12)$$

13. Pour interpréter (11), il est nécessaire de déterminer au préalable le coût du capital domestique,  $R_t = r_t + \delta$  en économie fermée. En supposant que l'économie n'emprunte ni ne prête sur le marché mondial des capitaux, en exprimant la condition d'équilibre sur le marché des capitaux par travailleurs efficace  $\frac{L_t \cdot S_t}{A_t \cdot L_t} = \frac{K_{t+1}}{A_t \cdot L_t}$  et en vous plaçant à l'équilibre de long terme ( $k_{t+1} = k_t = \tilde{k}^f$ ), montrez que le coût du capital domestique en économie fermée (donc  $B_t = 0$  et  $TB_t = 0$ ) s'écrit:

$$\tilde{R}^f = \left( \frac{1 + \beta}{\beta} \right) \cdot \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \cdot (1 + a) \cdot (1 + n), \quad (13)$$

où l'indice  $f$  indique la situation d'économie 'fermée' à l'entrée ou à la sortie de capitaux étrangers.

14. On note  $y$  la production par travailleur efficace. En exprimant au préalable la production par travailleur efficace en utilisant (4), montrez que la production par travailleur efficace est constante dans le temps. Montrez que le taux de croissance de l'économie,  $g$ , est égal à

$$g = a + n. \quad (14)$$

15. En substituant (13), montrez que la position extérieure nette (11) s'écrit:

$$\tilde{b} = \left( \frac{R^*}{\tilde{R}^f} - 1 \right) \cdot \tilde{k}. \quad (15)$$

Montrez que la position extérieure nette en pourcentage du PIB s'écrit:

$$\frac{\tilde{b}}{\tilde{y}} = \left( \frac{1}{\tilde{R}^f} - \frac{1}{R^*} \right) \cdot \alpha. \quad (16)$$

16. On note  $\tilde{s} = \frac{S_t \cdot L_t}{A_t \cdot L_t} \cdot \frac{1}{y_t}$ , avec  $y_t = \tilde{y}$ , le taux d'épargne défini comme l'épargne nationale rapportée au PIB. En utilisant (10) et l'expression du capital par travailleur efficace,  $\tilde{k}$ , déterminée à la question 3), montrez que le taux d'épargne s'écrit de la façon suivante:

$$\tilde{s} = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot (1 - \alpha). \quad (17)$$

17. On note  $\tilde{i} = \frac{\tilde{k}}{\tilde{y}}$  le taux d'investissement. En utilisant l'expression de  $\tilde{k}$  déterminé à la question 3), montrez que le taux d'investissement s'écrit de la façon suivante:

$$\tilde{i} = \frac{\alpha}{R^*}. \quad (18)$$

18. Vérifiez que la position extérieure nette en pourcentage du PIB (11) peut s'écrire en fonction du taux d'épargne (17) et du taux d'investissement (18):

$$\frac{\tilde{b}}{\tilde{y}} = \frac{\tilde{s}}{(1 + a) \cdot (1 + n)} - \tilde{i}. \quad (19)$$

19. En exprimant la balance courante,  $B_{t+1} - B_t = r^* \cdot B_t + TB_t$ , par travailleur efficace, montrez que le solde commercial par travailleur efficace noté  $tb_t = \frac{TB_t}{A_t \cdot L_t}$ , est constant au cours du temps, c'est-à-dire  $tb_t = \tilde{tb}$ ; puis en exprimant la relation en pourcentage du PIB en divisant par  $\tilde{y}$ , et en utilisant le fait que  $a \cdot n \simeq 0$ , montrez que le solde commercial en pourcentage du PIB est décrit par la relation suivante:

$$\frac{\tilde{tb}}{\tilde{y}} = \frac{\tilde{b}}{\tilde{y}} \cdot [(a + n) - r^*]. \quad (20)$$

20. On pose  $g = a + n = (1 - \gamma) \cdot r^*$  avec  $0 < \gamma < 1$ . A l'aide de (20), montrez que le solde commercial en pourcentage du PIB s'écrit:

$$\frac{\tilde{tb}}{\tilde{y}} = -\gamma \cdot r^* \cdot \frac{\tilde{b}}{\tilde{y}}. \quad (21)$$

### 3 Questions à choix multiples

En vous appuyant sur les résultats obtenus dans l'exercice ci-dessus, répondez aux questions suivantes:

1. Une économie fermée avec un taux de préférence pour le présent important a un coût du capital,  $\tilde{R}^f$ , relativement plus élevé:  
A) Vrai, B) Faux.
2. Une économie fermée avec un taux de préférence pour le présent important aura plus de chance d'avoir une position extérieure nette,  $\tilde{b}$ , négative lorsqu'elle s'ouvre au marché mondial des capitaux:  
A) Vrai, B) Faux.
3. D'après (16), un pays aura une position extérieure négative à condition que le taux d'intérêt mondial,  $r^*$ , soit supérieur au taux d'intérêt en économie fermée,  $\tilde{r}^f = \tilde{R}^f - \delta$ :  
A) Vrai, B) Faux.
4. D'après les expressions du taux d'épargne (17) et du taux d'investissement (18), une baisse du taux d'intérêt mondial  $r^*$  élève le taux d'investissement et laisse inchangé le taux d'épargne:  
A) Vrai, B) Faux.
5. En vous appuyant sur (19), une baisse du taux d'intérêt mondial diminue la position extérieure nette en pourcentage du PIB en diminuant le taux d'épargne:  
A) Vrai, B) Faux.
6. D'après (21), lorsque  $R^* < \tilde{R}^f$ , l'économie devra enregistrer un solde commercial positif représentant une fraction  $\gamma$  des intérêts de la dette extérieure:  
A) Vrai, B) Faux.