

**Année universitaire :** 2015-2016  
**Session :** première session du premier semestre  
**Année d'étude :** M1  
Sciences Economiques  
**Discipline :** ***Economie Avancée***  
(Unité d'Enseignements Fondamentaux 1.2)  
**Titulaire du cours :** M. Olivier CARDI

- Nom :
- Prénom :

## 1 Questions de Cours (4 points)

- Pour chaque question de cours, une seule réponse est correcte.
- Entourez la bonne réponse avec un stylo rouge.
- Une bonne réponse donne 0.5 point, l'absence de réponse 0 point, une mauvaise réponse enlève 0.25 point.

1. Le prix subjectif de la consommation présente en termes de consommation future est mesuré par le taux marginal de substitution intertemporelle.  
A) Vrai, B) Faux
2. D'après la théorie des déficits jumeaux, un déficit public plus important conduit à un déficit de la balance courante.  
A) Vrai, B) Faux
3. D'après l'équivalence ricardienne, une baisse des impôts provoque une augmentation de la consommation des ménages.  
A) Vrai, B) Faux
4. Dans le modèle de générations imbriquées de Diamond-Samuelson, une augmentation du taux de préférence pour le présent permet d'élever la production par travailleur à long terme.  
A) Vrai, B) Faux
5. La règle d'or dans un modèle avec générations imbriquées établit que le taux de rendement du capital égal à la productivité marginale du capital nette du taux de dépréciation du capital doit coïncider avec le taux de croissance de la population.  
A) Vrai, B) Faux

6. En économie ouverte, l'excès d'épargne nationale par rapport à l'investissement domestique a pour contrepartie un déficit de la balance courante.  
A) Vrai, B) Faux
7. Un déficit de la balance courante a pour contrepartie une entrée nette de capitaux étrangers dans le pays domestique.  
A) Vrai, B) Faux
8. Un pays dont la dette vis-à-vis du reste du monde augmente sans cesse mais à un rythme moins élevé que le taux d'intérêt payé sur la dette est dit solvable de manière intertemporelle.  
A) Vrai, B) Faux

## 2 Exercice: Générations imbriquées et règle d'or (7 points)

L'économie est composée d'un ménage représentatif et d'une firme représentative. On suppose que les individus vivent deux périodes. Au cours de la première période, ils travaillent puis au cours de la deuxième période, ils sont à la retraite. On suppose l'absence d'héritage et la population  $L_t$  croît à un taux constant  $n$ :

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} = (1 + n). \quad (1)$$

L'agent représentatif choisit ses niveaux de consommation lorsqu'il est jeune  $C_t^Y$  puis âgé  $C_{t+1}^O$  de façon à obtenir l'utilité intertemporelle  $\Lambda_t$  la plus élevée:

$$\Lambda_t \equiv \ln(C_t^Y) + \left(\frac{1}{1+\rho}\right) \ln(C_{t+1}^O), \quad (2)$$

où le paramètre  $\rho > 0$  représente le taux de préférence pour le présent. Lors de la première période, l'individu offre une unité de travail et reçoit un salaire  $W_t$  qui est dépensé en biens de consommation  $C_t^Y$ , le reste étant épargné  $S_t$ . Lors de la deuxième période, l'individu ne travaille pas mais reçoit les revenus d'intérêt de son épargne  $r_{t+1} \cdot S_t$  avec  $r_{t+1}$  le taux d'intérêt anticipé. L'individu âgé consacre intégralement le principal et les revenus d'intérêt à sa consommation  $C_{t+1}^O$ . Les contraintes budgétaires sont décrites par:

$$C_t^Y + S_t = W_t, \quad (3a)$$

$$C_{t+1}^O = (1 + r_{t+1}) \cdot S_t. \quad (3b)$$

Le bien final est produit par la firme représentative en utilisant du capital  $K_t$  et du travail  $L_t$  selon une technologie de production de type Cobb-Douglas qui s'écrit de la façon suivante:

$$Y_t = K_t^\alpha \cdot L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (4)$$

On note  $W_t$  le taux de salaire et  $R_t^K$  le coût du capital. Pour amener le capital au niveau optimal et amortir le capital, l'économie doit investir à chaque période un montant  $I_t$ :

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta \cdot K_t, \quad (5)$$

où  $\delta$  est le taux de dépréciation du capital physique.

On considère que les marchés des biens et services et des facteurs de production sont en concurrence parfaite. La production du bien final  $Y_t$  est vendue au prix  $P_t$  que l'on normalise à 1, le bien final étant le numéraire. La production du bien final est destinée à la consommation des travailleurs et des retraités, c'est-à-dire,  $C_t = L_t \cdot C_t^Y + L_{t-1} \cdot C_t^O$ , et à l'investissement  $I_t$ :

$$Y_t = C_t + I_t. \quad (6)$$

1. Ecrivez la contrainte budgétaire intertemporelle puis déterminez l'égalité entre le taux marginal de substitution intertemporelle et le prix relatif de la consommation présente  $1 + r_{t+1}$  en résolvant le programme de maximisation intertemporelle.
2. En utilisant votre réponse à la question précédente et les contraintes budgétaires, déterminez l'expression du montant optimal d'épargne  $S_t$  en fonction du salaire  $W_t$ .
3. Déterminez les expressions du salaire réel  $W_t$  et du taux d'intérêt  $r_t$  en fonction du capital par travailleur  $k_t \equiv K_t/L_t$ .
4. En substituant l'expression de l'épargne optimale (obtenue à la question 2), dans la relation d'équilibre du marché des capitaux,  $L_t \cdot S_t = K_{t+1}$ , puis en utilisant l'expression du salaire obtenue à la question précédente, montrez que le capital par travailleur de long terme, noté  $\tilde{k}$ , s'écrit:

$$\tilde{k} = \left[ \frac{(1 - \alpha)}{(2 + \rho) \cdot (1 + n)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (7)$$

5. En substituant au préalable l'expression de l'investissement (5) dans l'équilibre du marché des biens et services, en divisant l'expression par  $L_t$ , puis en évaluant l'expression lorsque l'économie est à long terme,  $k_{t+1} = k_t = \tilde{k}$ , montrez que la consommation par travailleur,  $\tilde{c} = C_t/L_t$ , s'écrit:

$$\tilde{c} = \tilde{k}^\alpha - (n + \delta) \cdot \tilde{k}. \quad (8)$$

6. En déterminant au préalable le stock de capital  $k^{or}$  de la règle d'or permettant d'atteindre la consommation par travailleur (8) la plus élevée, montrez que  $\tilde{k} \leq k^{or}$  à condition que l'inégalité suivante est satisfaite:

$$\frac{(1 - \alpha)}{(2 + \rho) \cdot (1 + n)} \leq \left( \frac{\alpha}{n + \delta} \right). \quad (9)$$

### 3 Exercice : Endettement extérieur et erreur d'anticipation sur le niveau futur de la technologie (9 points)

On considère une petite économie ouverte composée d'un consommateur représentatif et d'une firme représentative. Ce consommateur qui vit deux périodes notées 1 et 2 détient une richesse financière  $A_t = B_t + K_{t+1}$  à la période  $t = 0,1,2$  composée d'avoirs nets étrangers  $B_t$  et

d'actifs domestiques portant sur le capital installé à la période suivante  $K_{t+1}$ . Pour simplifier, on suppose que la position extérieure nette initiale du pays est nulle, c'est-à-dire  $B_0 = 0$ . On impose la condition suivante:

$$A_2 = B_2 = 0. \quad (10)$$

Les stocks de richesse financière détenus par l'individu aux périodes 1 et 2 s'écrivent donc:

$$A_0 = K_1, \quad A_1 = B_1 + K_2. \quad (11)$$

Le taux d'intérêt mondial (exogène) est noté  $r$ .

L'agent représentatif consomme une quantité  $C_1$  à la période 1 et une quantité  $C_2$  à la période 2 aboutissant à un bien-être intertemporel  $\Lambda$  décrit par:

$$\Lambda \equiv \ln C_1 + \ln C_2. \quad (12)$$

Les revenus du ménage représentatif sont composés des intérêts du fait de la détention de richesse financière rémunérée au taux  $r$  plus le profit de la firme représentative noté  $\Pi_t$  (avec  $t = 1, 2$ ) car le ménage représentatif est propriétaire de la firme. Les contraintes budgétaires du ménage représentatif aux périodes 1 et 2 s'écrivent donc:

$$A_1 = (1 + r) \cdot A_0 + \Pi_1 - C_1, \quad (13a)$$

$$A_2 = (1 + r) \cdot A_1 + \Pi_2 - C_2 = 0, \quad (13b)$$

où  $\Pi_1 = Y_1 - (1 + r) \cdot K_1$  avec  $Y_1$  la quantité produite à la période 1 et  $K_1 = A_0$  le stock de capital qui sont prédéterminés.

On suppose que la firme représentative investit un montant  $I_1$  à la période 1 et installe le capital physique à la période 2:

$$K_2 = I_1. \quad (14)$$

A l'aide du capital physique  $K_2$ , la firme produit une quantité  $Y_2$  à la période 2 selon la technologie de production:

$$Y_2 = Z_2^a \cdot K_2^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

où  $Z_2^a$  est le niveau de technologie de la période 2 anticipé à la période 1. Le bien final est le numéraire de telle sorte que son prix de vente est normalisé à 1.

1. Ecrivez au préalable le profit de la firme à la période 2 noté  $\Pi_2$ . Déterminez l'investissement optimal de la firme  $K_2^*$ . Montrez que le profit optimal de la firme à la période 2,  $\Pi_2^*$  est égal à:

$$\Pi_2^* = \frac{(Z_2^a)^2}{4 \cdot (1 + r)} \quad (16)$$

2. Ecrivez au préalable la contrainte budgétaire intertemporelle en utilisant (13a) et (13b) en notant  $\Omega$  la valeur présente de la richesse:

$$\Omega = (1 + r) \cdot A_0 + \Pi_1 + \frac{\Pi_2}{1 + r} \quad (17)$$

Résolvez le problème de maximisation intertemporelle en utilisant la contrainte budgétaire intertemporelle et l'utilité intertemporelle (12). Exprimez les consommations optimales  $C_1^*$  et  $C_2^*$  en fonction de  $\Omega$ . En utilisant (11), (16), montrez que la richesse en valeur présente (17) peut s'écrire:

$$\Omega = Y_1 + \left[ \frac{Z_2^a}{2 \cdot (1+r)} \right]^2. \quad (18)$$

3. Ecrivez au préalable l'équilibre sur le marché des biens et services à la période 1 en combinant (11) et (13a). En utilisant la consommation optimale  $C_1^*$  et (18), montrez que la position extérieure nette du pays domestique,  $B_1$ , est décrite par:

$$B_1^* = \frac{1}{2} \left\{ Y_1 - 3 \cdot \left[ \frac{Z_2^a}{2 \cdot (1+r)} \right]^2 \right\}. \quad (19)$$

4. En vous appuyant sur la relation (19), quel sera l'effet d'une hausse anticipée du niveau technologie  $Z_2^a$  sur la position extérieure optimale  $B_1^*$ . Expliquez.
5. On pose:

$$r = 0.10, \quad Z_2^a = 4.4, \quad Y_1 = 8. \quad (20)$$

Calculez la position extérieure nette du pays domestique  $B_1^*$  ainsi que la consommation optimale  $C_2^*$  à la période 2.

6. Le pays domestique avait anticipé un niveau de technologie  $Z_2^a = 4.4$  ce qui a conduit le pays à s'endetter auprès du reste du monde pour un montant égal à  $B_1^*$ . Toutefois, lors de la période 2, le niveau de technologie est deux fois plus faible que celui anticipé, c'est-à-dire  $Z_2 = 2.2$ . Etant donné que le capital est déjà installé pour un montant  $K_2^*$  et le pays s'est déjà endetté au niveau  $B_1^*$ , déterminez le niveau de la consommation  $C_2'$  satisfaisant la contrainte budgétaire (13b) en utilisant le fait que  $Y_2 = Z_2 \cdot (K_2^*)^{\frac{1}{2}}$ . Calculez la perte de bien-être intertemporel entraînée par l'erreur d'anticipation sur le niveau futur de la technologie. Concluez.