Université François-Rabelais
Droit - Economie - Sciences Sociales
Tours

Année universitaire :	2017-2018
Session :	1ère session du 1er semestre
Année d'étude :	Licence première année Sciences Economiques
Discipline :	***Introduction à la Macroéconomie 1*** (Unité d'Enseignements Fondamentaux UE1-1)
Titulaire du cours :	M. Olivier CARDI
Durée :	2 heures

- Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
- Entourez la bonne réponse avec un stylo rouge.
- Une bonne réponse donne 1 point, l'absence de réponse 0 point, une mauvaise réponse enlève 0.5 point.

1 Questions de cours

1. Un Big Mac coûte 12 yuans en Chine et 3 dollars aux Etats-Unis. Un dollar s'échange contre 6 yuans. En supposant que les Américains et les Chinois consacrent tout leur revenu à l'achat de Big Macs, donner le taux de change PPA (parité des pouvoirs d'achat) du yuan par rapport au dollar (nombre de yuans par dollar) ?
   A) $\frac{1}{4}$, B) 4, C) 6, D) 12
   Réponse : c'est la réponse B). Le taux de change PPA est le taux de change qui égalise le pouvoir d'achat de deux monnaies. E notant P le prix en yuan, $P^{\$}$ le prix en dollar aux USA, et E_{PPA} le taux de change de parité de pouvoir d'achat indiquant la quantité de yuan par dollar, on a $E_{PPA} = \frac{P}{P^{\$}} = \frac{12}{3} = 4$ yuans par dollar.
2. On considère une économie dans laquelle les consommateurs n'aiment que les bananes et les oranges. En 2007, les consommateurs ont acheté 100 kilos de bananes et 50 kilos d'oranges. En 2007, le prix d'un kilo de banane était de 3€ et le prix d'un kilo d'oranges était de 4€. En 2017, le prix du kilo de bananes s'élève à 4€ et celui des oranges est de 3€. En 2017, les consommateurs ont acheté 90 kilos de bananes et 60 kilos d'oranges. L'année de référence est 2007. Sur la base de l'indice de prix à la consommation, le taux d'inflation sur la période 2007-2017 est égal à:
   A) 4%, B) 8%, C) 6%, D) 10%
   Réponse : D). On fait le rapport entre le coût d'achat des biens en 2017 à celui de 2007, les

quantités étaient achetées étant supposées inchangées:

$$\begin{aligned} IPC_{2017} &= \frac{P^B_{2017}\,.Q^B_{2007} + P^O_{2017}\,.Q^O_{2007}}{P^B_{2007}\,.Q^B_{2007} + P^O_{2007}\,.Q^O_{2007}}, \\ &= \frac{4\,.100 + 3\,.50}{3\,.100 + 4\,.50}, \\ &= \frac{550}{500} = 1.1. \end{aligned} \tag{1}$$

Donc le taux d'inflation en pourcentage sur la période 2007-2017 est $\frac{1.1-1}{1}\,.100 = 10\%$.

3. Les données sont identiques à celles de la question précédente. Les quantités consommées sont égales aux quantités produites. L'année de référence est 2007. Sur la base du déflateur du PIB, le taux d'inflation sur la période 2007-2017 est égal à:

   A) 4.28%, B) 6.88%, C) 5.88%, D) 10.88%

   Réponse : C). On note D^{2017} le déflateur du PIB en 2017; pour le calculer on fait le rapport entre le PIB nominal de 2017 et le PIB réel de 2017:

$$\begin{aligned} D_{2017} &= \frac{P^B_{2017}\,.Q^B_{2017} + P^O_{2017}\,.Q^O_{2017}}{P^B_{2007}\,.Q^B_{2017} + P^O_{2007}\,.Q^O_{2017}}, \\ &= \frac{4\,.90 + 3\,.60}{3\,.90 + 4\,.60}, \\ &= \frac{540}{510} = 1.0588. \end{aligned} \tag{2}$$

   Donc le taux d'inflation en pourcentage sur la période 2007-2017 est $\frac{1.0588-1}{1}\,.100 = 5.88\%$.

4. On considère une économie ouverte avec Etat. La part des dépenses de consommation finale des ménages dans le PIB est égale à 58%, la part des dépenses publiques dans le PIB est de 23%, et la part de l'investissement dans le PIB est égal à 22%. Calculez la part de l'épargne nationale dans le PIB noté s:

   A) $s = 3\%$, B) $s = 25\%$, C) $s = 19\%$, D) $s = 22\%$

   Réponse : C). Le solde commercial, BC, est égal au PIB moins les dépenses, c'est-à-dire $BC = Y - (C + I + G)$. En rapportant cette relation comptable au PIB, on obtient: $\frac{BC}{Y} = bc = 1-(0.58 + 0.22 + 0.23) = -3\%$. On sait que l'épargne moins l'investissement est égale, $S - I$, est égale au solde commercial; donc le taux d'épargne est égale à $s = (I/Y) + tb = 0.22 - 0.03 = 0.19$.

5. Le multiplicateur monétaire à la date t, noté m_t, est égal à 8 et six années plus tard le multiplicateur monétaire m_{t+6} vaut 4.5. Pendant les 6 années qui suivent la date t, la base monétaire a été multipliée par 4. Calculez le facteur par lequel la masse monétaire a été multipliée entre la date t et la date $t + 6$:

   A) $\frac{M_{t+6}}{M_t} = 1.77$, B) $\frac{M_{t+6}}{M_t} = 2$, C) $\frac{M_{t+6}}{M_t} = 0.5625$, D) $\frac{M_{t+6}}{M_t} = 2.25$,

   Réponse : D). En utilisant les données de l'énoncé, la masse monétaire à la date t représente 8 fois la masse monétaire $M_t = 8\,.H_t$ et la masse monétaire six ans plus tard représente 4.5 fois la base monétaire $M_{t+6} = 4.5\,.H_{t+6}$. En rapportant la masse monétaire six ans plus tard à la masse monétaire à la date t, on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{M_{t+6}}{M_t} &= \frac{m_{t+6}}{m_t} \cdot \frac{H_{t+6}}{H_t}, \\ &= \frac{4.5}{8} .4 = 2.25. \end{aligned} \tag{3}$$

6. On considère une économie qui produit une quantité Y à l'aide de travail N selon une technologie de production $Y = A\ .N^{1/2}$; la productivité du travail A croît à un rythme annuel moyen égal à 1% et l'emploi au rythme annuel moyen de 1%; on suppose que la vitesse de circulation de la monnaie est constante. D'après l'équation des échanges, le taux de croissance de la masse monétaire g_M compatible avec une inflation de 2% est égal à:

   A) $g_M = 3.5\%$, B) $g_M = 4\%$, C) $g_M = 0.5\%$, D) $g_M = 2\%$.

   Réponse : A). En supposant que la vitesse de circulation de la monnaie est constante, sous forme de taux de croissance, l'équation des changes s'écrit $g_M = \pi + a + \frac{1}{2}\ .n = 2\% + 1\% + 0.5\% = 3.5\%$.

7. On considère une obligation A perpétuelle d'une valeur de $V_0^A = 400$€ et émise à un taux d'intérêt de 2%. On suppose que trois mois plus tard, une obligation B perpétuelle est émise à un taux d'intérêt de 2.5% au prix de $V^B = 400$€. Au bout de trois mois, le prix de l'obligation A, V_1^A, s'établit à:

   A) 392, B) 320, C) 400, D) 360

   Réponse : C'est la réponse B). L'obligation A donne droit à un coupon $C^A = 2\% \times 400$€ $=$ 8€. A la suite de l'émission de nouvelles obligations B qui rapportent un coupon de $C^B = 2.5\% \times 400$€ $= 10$€, les investisseurs vont chercher à acheter l'obligation B davantage rémunératrice; le prix de l'obligation A va donc baisser jusqu'à égaliser les taux de rendement: $VA_1^A = \frac{C^A}{2.5\%} = \frac{8}{0.025} = 320$€.

8. On considère une obligation perpétuelle procurant un coupon annuel, R, qui croît au taux annuel constant de $g = 6\%$. Le coupon obtenu la première année (qui correspond à l'année prochaine) est égal à $R = 20$ €. Le taux d'intérêt du marché est égal à $i = 10\%$. Quel est le prix V de cette obligation en euros?

   A) $V = 200$, B) $V = 125$, C) $V = 500$, D) $V = 333.33$

   Réponse : C). Le prix d'une obligation est égal à la somme actualisée des revenus futurs quelle procure. La première année, le coupon vaut R ou $\frac{R}{1+i}$ une fois exprimé en valeur présente. La deuxième année, le coupon vaut $R\ .(1+g)$ et donc $\frac{R\ .(1+g)}{(1+i)^2}$ en valeur présente.

En poursuivant se raisonnement à l'infini, on obtient:

$$\begin{aligned}
V &= \frac{R}{1+i} + \frac{R\,.\,(1+g)}{(1+i)^2} + ... + \frac{R\,.\,(1+g)^t}{(1+i)^{t+1}}, \\
&= \frac{R}{1+i}\,.\left[1 + \frac{1+g}{1+i} + ... + \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t\right], \\
&= \frac{R}{1+i}\,.\left[\frac{1-\left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{t+1}}{1-\frac{1+g}{1+i}}\right], \\
&= \frac{R}{1+i}\,.\frac{1+i}{i-g}, \\
&= \frac{R}{i-g} = \frac{20}{0.1-0.06} = 500. \qquad (4)
\end{aligned}$$

2 Production de connaissance et productivité de la recherche

On note A_t le stock de connaissance dans une économie à la date t. La production du secteur de la recherche à la date $t+1$ notée G^A_{t+1} mesure l'accroissement du stock de connaisance, c'est-à-dire $G^A_{t+1} = A_{t+1} - A_t$. Pour faire augmenter le stock de connaissance, le secteur de la recherche s'appuie sur le stock de connaissance existant, A_t, et dispose d'un nombre de chercheurs L^A_t. La technologie de production du secteur de la recherche est décrite par la relation suivante:

$$G^A_{t+1} = (A_t)^\beta\ .L^A_t, \quad \beta > 0. \qquad (5)$$

On suppose que le nombre de chercheurs croît à un taux annuel moyen constant n^A:

$$\frac{L^A_t}{L^A_{t-1}} = 1 + n^A. \qquad (6)$$

On note g^A_t le progrès technique qui mesure le taux de croissance du stock de connaissance entre la date $t+1$ et la date t:

$$g^A_{t+1} = \frac{A_{t+1} - A_t}{A_t}. \qquad (7)$$

1. La fonction de production (5) est à rendements décroissants par rapport au stock de connaissance A_t si:
   A) $\beta = 1$, B) $\beta > 1$, C) $\beta < 1$, D) $\beta = 0$
   Réponse : C). Une fonction de production est à rendements décroissants par rapport au stock de connaissance lorsque la production est multipliée par un facteur λ quand les facteurs de production sont augmentés dans la même proportion λ:

$$\begin{aligned}
(\lambda\ .A_t)^\beta\ .L^A_t &= \lambda^\beta\ .\ (A_t)^\beta\ .L^A_t, \\
&= \lambda^\beta\ .G^A_t < \lambda\ .G^A_t.
\end{aligned}$$

   La dernière inégalité est satisfaite à condition que $\beta < 1$.

2. On cherche les conditions d'un progrès technique constant tel que:

$$g_{t+1}^A = g_t^A = g^A. \tag{8}$$

A l'aide de l'égalité (8) et en utilisant (5)-(7), déterminez la condition d'un progrès technique constant:

A) $1 + n^A = \left(1 + g^A\right)$, B) $1 + n^A = \left(1 + g^A\right)^{\beta-1}$, C) $1 + n^A = \left(1 + g^A\right)^{\beta}$, D) $1 + n^A = \left(1 + g^A\right)^{1-\beta}$

Réponse : D). L'égalité (8) implique:

$$\begin{aligned} \frac{L_t^A}{A_t^{1-\beta}} &= \frac{L_{t-1}^A}{A_{t-1}^{1-\beta}}, \\ \frac{L_t^A}{L_{t-1}^A} &= \left(\frac{A_t}{A_{t-1}}\right)^{1-\beta}, \\ 1 + n^A &= \left(1 + g^A\right)^{1-\beta}, \end{aligned} \tag{9}$$

où on utilise (6) ainsi que le fait que $1 + g_t^A = \frac{A_t}{A_{t-1}}$ avec $g_t^A = g^A$ pour obtenir la dernière ligne.

3. En appliquant le logarithme à gauche et à droite de la condition d'un progrès technique constant obtenue à la question précédente, et en utilisant l'approximation $\ln(1+x) \simeq x$, déterminez l'expression finale du progrès technique, g^A. On suppose que $\beta = 1/5$ et $n^A = 0.8\%$. Calculez la valeur du progrès technique, g^A:

A) $g^A = 4\%$, B) $g^A = 1\%$, C) $g^A = 0.8\%$, D) $g^A = 0.5\%$

Réponse : B). En appliquant le logarithme à gauche et à droite à la relation (9) puis en utilisant l'approximation $\ln(1+x) \simeq x$, on obtient une expression du progrès technique constant dans le temps:

$$\begin{aligned} \ln\left(1 + n^A\right) &= (1-\beta)\ .\ln\left(1 + g^A\right), \\ n^A &= (1-\beta)\ .g^A, \\ \frac{n^A}{1-\beta} &= g^A. \end{aligned} \tag{10}$$

En posant $\beta = 1/5$ et $n^A = 0.8\%$ dans (10), on trouve que le progrès technique croît au rythme:

$$g^A = \frac{0.008}{1 - \frac{1}{5}} = 0.008\ .\frac{5}{4} = 1\%. \tag{11}$$

4. En utilisant votre réponse à la question précédente, déterminez le nombre d'années T qui sera nécessaire pour faire augmenter le stock de connaissance de 50%:

A) $T = 40.5$, B) $T = 50.7$, C) $T = 10.1$, D) $T = 81.1$

Réponse : A). En supposant que le stock de connaissance croît à un taux annuel constant g^A pendant T années, en débutant avec un stock de connaissance initial A_0, l'économie atteindra un stock de connaissance à la date T A_T égal à:

$$A_T = \left(1 + g^A\right)^T\ .A_0. \tag{12}$$

En appliquant le logarithme à gauche et à droite de (12) et en utilisant le principe de l'approximation linéaire $\ln\left(1+g^A\right) \simeq g^A$ quand g proche de zéro, on obtient:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{g^A} \,.\ln\left(\frac{A_T}{A_0}\right), \\ &= \frac{1}{0.01} \,.\ln 1.5 = 40.5, \end{aligned} \tag{13}$$

où on a posé $\frac{A_T}{A_0} = 1.5$ et $g^A = 0.01$.

3 Niveau de vie en économie ouverte

On considère une économie qui produit une quantité Y_t de bien final à l'aide de capital K_t et de travail L_t. La population à la date t égale au nombre de travailleurs, L_t, est supposée croître au rythme $n > 0$:

$$\frac{L_{t+1}}{L_t} = 1 + n. \tag{14}$$

On se place dans une situation de long terme où le capital par travailleur, noté $k = \frac{K_t}{L_t}$, et la production par travailleur, notée $y = \frac{Y_t}{L_t}$, sont constants. La technologie de production sous forme intensive (c'est-à-dire par travailleur) s'écrit:

$$y = A^{1-\alpha} \,.k^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1, \tag{15}$$

où A est le niveau de technologie. L'économie investit un montant I_t

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta \,.K_t. \tag{16}$$

Cet investissement est financé par l'épargne, S_t, qui représente une fraction s de la production Y_t:

$$S_t = s \,.Y_t. \tag{17}$$

1. En utilisant (14) et (16), et le fait qu'à long terme, $k = k_{t+1} = k_t$, déterminez l'investissement I_t à long terme:
   A) $I_t = n \,.K_t$, B) $I_t = (1-\delta) \,.K_t$, C) $I_t = (1+n-\delta) \,.K_t$, D) $I_t = (n+\delta) \,.K_t$
   Réponse : D). En utilisant (14) et le fait que $\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{K_t}{L_t}$, on obtient $K_{t+1} = \frac{L_{t+1}}{L_t} \,.K_t = (1+n) \,.K_t$. En substituant cette relation dans (16), on obtient l'investissement à long terme:

$$\begin{aligned} I_t &= (1+n) \,.K_t - K_t + \delta \,.K_t, \\ &= (n+\delta) \,.K_t. \end{aligned} \tag{18}$$

2. En exprimant l'équilibre sur le marché des capitaux, $S_t = I_t$, sous forme intensive (c'est-à-dire en divisant par L_t), et en utilisant votre réponse à la question 1), ainsi que (15), déterminez l'expression du capital par travailleur:

A) $k=\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$, B) $k=A\,.\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{1-\alpha}$, C) $k=A\,.\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, D) $k=A\,.\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$,

Réponse : C). En exprimant l'équilibre sur le marché des capitaux, $S_t = I_t$, sous forme intensive et, en substituant (18) et en utilisant la production par travailleur (15), on obtient:

$$\begin{aligned} s\,.\frac{Y_t}{L_t} &= (n+\delta)\ .\frac{K_t}{L_t}, \\ s\,.y &= (n+\delta)\ .k, \\ s\,.A^{1-\alpha}\,.k^{\alpha} &= (n+\delta)\ .k, \\ k^{1-\alpha} &= A^{1-\alpha}\,.\frac{s}{n+\delta}, \\ k &= A\,.\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \end{aligned} \tag{19}$$

3. On note R le coût du capital qui est égal à la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y}{\partial k} = R$. En utilisant cette égalité, la production par travailleur (15) et votre réponse à la question précédente, déterminez l'expression du coût du capital, R:

   A) $R=\left(\frac{n+\delta}{s}\right)$, B) $R=\alpha\,.\left(\frac{n+\delta}{s}\right)$, C) $R=\alpha\,.\left(\frac{s}{n+\delta}\right)$, D) $R=A\,.\left(\frac{n+\delta}{s}\right)$

   Réponse : B). En utilisant la production par travailleur (15) et en substituant (19), on obtient l'expression du coût du capital:

$$\begin{aligned} R &= A^{1-\alpha}\,.\alpha\,.k^{\alpha-1}, \\ &= A^{1-\alpha}\,.\alpha\,.A^{\alpha-1}\,.\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha-1}{1-\alpha}}, \\ &= \alpha\,.\left(\frac{n+\delta}{s}\right). \end{aligned} \tag{20}$$

4. Calculez le taux de croissance du PIB réel de l'économie noté g_Y mesuré par $\ln\left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t}\right)$ en utilisant l'approximation $\ln(1+x) \simeq x$:

   A) $g_Y \simeq n$, B) $g_Y \simeq 1+n$, C) $g_Y \simeq n+\delta$, D) $g_Y \simeq \alpha\,.n$

   Réponse : A). A long terme, le PIB réel par habitant est constant et donc $y = \frac{Y_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{Y_t}{L_t}$. En utilisant (14), on obtient $\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1+n$. En appliquant le logarithme et en utilisant l'approximation linéaire, on obtient le taux de croissance de l'économie:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{Y_{t+1}}{Y_t}\right) &= \ln(1+n), \\ g_Y &\simeq n. \end{aligned} \tag{21}$$

5. On s'intéresse aux écarts internationaux de niveau de vie. Chaque pays est repéré par l'indice $j = 1{,}2$. On suppose que le niveau de technologie, A_j, et le taux d'épargne, s_j, varient entre les pays et que les autres paramètres sont identiques.

   (a) En déterminant au préalable le niveau de vie du pays j en combinant (15) et votre réponse à la question 2), déterminez le rapport $\frac{y_1}{y_2}$:

   A) $\frac{y_1}{y_2} = \frac{A_1}{A_2}\,.\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, B) $\frac{y_1}{y_2} = \frac{A_1}{A_2}\,.\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$, C) $\frac{y_1}{y_2} = \frac{A_1}{A_2}\,.\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$, D) $\frac{y_1}{y_2} = \frac{A_1}{A_2}\,.\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$

Réponse : C). En substituant (19) dans (15), on obtient le niveau de vie du pays j:

$$\begin{aligned} y_j &= A_j^{1-\alpha} .k_j^{\alpha}, \\ &= A_j^{1-\alpha} .A_j^{\alpha} . \left(\frac{s_j}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \\ &= A_j . \left(\frac{s_j}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \end{aligned} \tag{22}$$

En utilisant (22), le rapport $\frac{y_1}{y_2}$ est égal à:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{A_1}{A_2} . \left(\frac{s_1}{s_2} .\frac{n+\delta}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \tag{23}$$

$$= \frac{A_1}{A_2} . \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \tag{24}$$

(b) On pose $A_1 = 2 .A_2$. Calculez l'écart de taux d'épargne $\frac{s_2}{s_1}$ permettant d'égaliser les niveaux de vie, $y_1 = y_2$:
A) $\frac{s_2}{s_1} = 2^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$, B) $\frac{s_2}{s_1} = 2^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$, C) $\frac{s_2}{s_1} = 2^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$, D) $\frac{s_2}{s_1} = 2^{\frac{1}{\alpha}}$
Réponse : B). On isole l'écart de taux d'épargne en utilisant (24):

$$\begin{aligned} \frac{s_2}{s_1} &= \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \\ &= (2)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}. \end{aligned} \tag{25}$$

6. On se situe maintenant en économie ouverte. On suppose que le pays peut emprunter ou prêter chaque unité de capital au taux d'intérêt mondial, $r^{\star}$.

(a) Le coût du capital en économie ouverte est égal à $R^{\star} = r^{\star}+\delta$. Déterminez le capital par travailleur en économie ouverte, $k^{\star}$, à l'aide de l'égalité entre la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y}{\partial k}$, et le coût du capital, $R^{\star}$:
A) $k^{\star} = A^{1-\alpha} . \left(\frac{\alpha}{R^{\star}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, B) $k^{\star} = A . \left(\frac{R^{\star}}{\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, C) $k^{\star} = A . \left(\frac{\alpha}{R^{\star}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, D) $k^{\star} = A . \left(\frac{\alpha}{R^{\star}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$
Réponse : C). En utilisant (15, l'égalité entre la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y}{\partial k}$ et le coût du capital, $R^{\star}$, implique:

$$\begin{aligned} A^{1-\alpha} .\alpha . (k^{\star})^{\alpha-1} &= R^{\star}, \\ k^{\star} &= A . \left(\frac{\alpha}{R^{\star}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \end{aligned} \tag{26}$$

(b) On note D_t les sorties nettes de capitaux définies comme l'écart entre l'épargne, $S_t = s .Y_t$, et l'investissement, I_t. On note i l'investissement par travailleur, $i = \frac{I_t}{L_t}$. Exprimez les sorties nettes de capitaux en pourcentage du PIB, notées $d = \frac{D_t}{Y_t}$, en fonction du taux d'épargne et de l'investissement par travailleur:
A) $d = s - i$, B) $d = \frac{s-i}{y}$, C) $d = s + i$, D) $d = s - \frac{i}{y}$.

Réponse : D). Les sorties nettes de capitaux en pourcentage du PIB, notées $d = \frac{D_t}{Y_t}$ s'écrivent:

$$\begin{aligned} \frac{D_t}{Y_t} &= s\,.\frac{Y_t}{Y_t} - \frac{I_t}{Y_t}, \\ d &= s - \frac{i}{y}. \end{aligned} \tag{27}$$

(c) En utilisant (15), ainsi que vos réponses à la question 1) et à la question précédente, exprimez les sorties nettes de capitaux en pourcentage du PIB, d, en fonction du stock de capital par travailleur, k:

A) $d = s - (n+\delta)\ .\left(\frac{k}{A}\right)^{\alpha}$, B) $d = s - (n+\delta)\ .k^{1-\alpha}$, C) $d = s - (n+\delta)\ .\frac{k}{A^{1-\alpha}}$, D) $d = s - (n+\delta)\ .\left(\frac{k}{A}\right)^{1-\alpha}$

Réponse : D). En utilisant (18), l'investissement par travailleur est égal à:

$$\begin{aligned} \frac{I_t}{L_t} &= (n+\delta)\ .\frac{K_t}{L_t}, \\ i &= (n+\delta)\ .k. \end{aligned} \tag{28}$$

En substituant (29) dans (27), puis en substituant (15), on obtient:

$$\begin{aligned} d &= s - (n+\delta)\ .\frac{k}{y}, \\ &= s - (n+\delta)\ .\frac{k^{1-\alpha}}{A^{1-\alpha}}. \end{aligned} \tag{29}$$

(d) En substituant l'expression du capital par travailleur obtenue à la question 6(a) dans l'expression des sorties nettes de capitaux en pourcentage du PIB obtenue à la question précédente, d s'écrit maintenant:

A) $d = s - (n+\delta)\ .\left(\frac{\alpha}{R^\star}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$, B) $d = s - (n+\delta)\ .\left(\frac{R^\star}{\alpha}\right)$, C) $d = s - (n+\delta)\ .\left(\frac{\alpha}{R^\star}\right)$, D) $d = s - (n+\delta)\ .A^{1-\alpha}\ .\left(\frac{\alpha}{R^\star}\right)$

Réponse : C). En substituant (26) dans (29), on obtient:

$$\begin{aligned} d &= s - (n+\delta)\ .\frac{A^{1-\alpha}}{A^{1-\alpha}}\ .\left(\frac{\alpha}{R^\star}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}}, \\ &= s - (n+\delta)\ .\left(\frac{\alpha}{R^\star}\right). \end{aligned} \tag{30}$$

(e) Un pays est dit prêteur net vis-à-vis du reste du monde lorsque les sorties nettes de capitaux sont positives. On suppose que le taux d'intérêt mondial $r^\star$ est égal au taux de croissance de la population, n, de telle sorte que le coût du capital en économie ouverte est égal à $R^\star = n + \delta$. En utilisant votre réponse à la question précédente, à quelle condition le pays sera-t-il prêteur net vis-à-vis du reste du monde:

A) $s > 1 - \alpha$, B) $s > \alpha$, C) $s > (n+\delta)^2\ .\alpha$, D) $s > A^{1-\alpha}\ .\alpha$

Réponse : B). Sous l'hypothèse $R^\star = n+\delta$, les sorties nettes de capitaux en pourcentage du PIB sont égales à:

$$d = s - (n+\delta)\ .\left(\frac{\alpha}{R^\star}\right), \tag{31}$$

$$\begin{aligned} &= s - \alpha\,.\frac{n+\delta}{n+\delta}, \\ &= s - \alpha. \end{aligned} \tag{32}$$

Un pays sera prêteur net si $d > 0$; d'après (32), cela implique que:

$$s > \alpha. \tag{33}$$

(f) On maintient l'hypothèse $R^\star = n + \delta$. En déterminant au préalable les niveaux de vie en économie fermée et ouverte, y et $y^\star$, en combinant (15) et les expressions du capital par travailleur obtenues aux questions 2) et 6(a), déterminez le rapport $\frac{y}{y^\star}$:
A) $\frac{y}{y^\star} = \left(\frac{s}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, B) $\frac{y}{y^\star} = \left(\frac{s}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$, C) $\frac{y}{y^\star} = \left(\frac{s}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$, D) $\frac{y}{y^\star} = \left(\frac{\alpha}{s}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$
Réponse : C). En substituant le capital par travailleur, $k^\star$, dans la production par travailleur (15), on obtient le niveau du pays en éocnomie ouverte:

$$\begin{aligned} y^\star &= A^{1-\alpha} \, . \, (k^\star)^\alpha \, , \\ &= A^{1-\alpha} \, . A^\alpha \, . \left(\frac{\alpha}{R^\star}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} , \\ &= A \, . \left(\frac{\alpha}{R^\star}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} . \end{aligned} \tag{34}$$

En rapportant (22) à (34), on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{y}{y^\star} &= \frac{A}{A} \, . \left(\frac{s}{n+\delta} \, . \frac{R^\star}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} , \\ &= \left(\frac{s}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} . \end{aligned} \tag{35}$$