

Université François-Rabelais
Droit - Economie - Sciences Sociales
Tours

Année universitaire : 2016-2017
Session : 1ère session du 1er semestre
Année d'étude : Licence première année
Sciences Economiques
Discipline : ***Introduction à la Macroéconomie 1***
(Unité d'Enseignements Fondamentaux UE1-1)
Titulaire du cours : M. Olivier CARDI
Durée : 2 heures

- Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
- Entourez la bonne réponse avec un stylo rouge.
- Une bonne réponse donne 1 point, l'absence de réponse 0 point, une mauvaise réponse enlève 0.5 point.

1 Questions de cours

1. Une économie produit du vin et des ordinateurs. Le nombre de bouteilles de vin produites est passé de 200 en 2010 à 280 en 2015. Le nombre d'ordinateurs produits est passé de 400 en 2010 à 600 en 2015. Le prix des bouteilles de vin a augmenté de 30 en 2010 à 50 en 2015. Le prix des ordinateurs est passé de 100 en 2010 à 110 en 2015. L'année 2010 est l'année de référence. Calculez le PIB réel de 2015:

A) 46 000, B) 80 000, C) 68 400, D) 54 000

Réponse : C). Pour calculer le PIB réel de 2015, on fait la somme des ventes finales en multipliant les quantités produites de l'année 2015 par les prix de l'année de référence 2010. Le PIB réel de 2015 est égal à:

$$Y_{2015} = (30 \cdot 280) + (100 \cdot 600) = 68400.$$

2. Les données sont celles de la question précédente; calculez le taux de croissance annuel moyen du PIB réel sur la période 2010-2015:

A) 11.70%, B) 8.26%, C) 3.26%, D) 4.05%

Réponse : B). Pour calculer le taux de croissance annuel moyen sur la période 2010-2015, on doit calculer au préalable le PIB réel en 2010. Pour 2010, le PIB réel est égal à

$$Y_{2010} = (30 \cdot 200) + (100 \cdot 400) = 46000.$$

Le taux de croissance annuel moyen est égal à:

$$g_Y = \left[\left(\frac{68400}{46000} \right)^{1/5} - 1 \right] .100 = 8.26\%$$

3. Les données sont celles de la question 1). Les quantités produites correspondent aux quantités consommées. Calculez le taux d'inflation annuel moyen sur la période 2010-2015 en utilisant l'indice de prix à la consommation:

A) 11.70%, B) 8.26%, C) 3.26%, D) 4.05%

Réponse: C). Le coût d'achat des biens en 2010 correspond au PIB nominal Y_{2010} . Le coût d'achat des biens et services en 2015 est obtenu en supposant que les quantités consommées sont celles de l'année de base (donc 2010):

$$\text{Dépense}_{2015} = (50 .200) + (110 .400) = 54000.$$

L'indice de prix à la consommation en 2015 est calculé en rapportant le coût d'achat des biens et services en 2015 au coût d'achat des biens et services en 2010:

$$IPC_{2015} = \frac{\text{Dépense}_{2015}}{\text{Dépense}_{2010}} = \frac{54000}{46000} = 1.174.$$

Le taux d'inflation annuel moyen sur la période 2010-2015 est donc égal à:

$$\pi^{10-15} = \left(\frac{IPC^{2015}}{IPC^{2010}} \right)^{1/5} - 1 = (1.174)^{1/5} - 1 \simeq 3.26\%.$$

4. On considère une économie ouverte qui a un déficit commercial. Cette situation implique nécessairement que l'économie (indiquez la réponse qui n'est pas correcte):

A) a un déficit budgétaire, B) importe plus qu'elle n'exporte, C) dépense davantage que ses revenus, D) investit davantage qu'elle n'épargne

Réponse: A). Le solde commercial TB est égal à $EX - IM$, à $Y - (C + I + G)$, et $S - I$. Si $TB < 0$, alors $EX < IM$, $Y < C + I + G$ ou $S < I$. Une économie peut connaître un déficit commercial sans connaître une épargne publique négative.

5. On suppose que la production du secteur de la recherche à la date t notée G_t^A est mesurée par le nombre de brevets déposés chaque année. Pour réaliser ces nouvelles découvertes, le secteur de la recherche s'appuie sur le stock de connaissance A_t et dispose d'un nombre de chercheurs L_t^R . La technologie de production du secteur de la recherche est décrite par la relation suivante:

$$G_t^A = (A_t)^\gamma . (L_t^R)^\beta, \quad 0 < \gamma \leq 1, \quad \beta > 0. \quad (1)$$

La fonction de production (1) est à rendements d'échelle constants par rapport au stock de connaissance et au nombre de chercheurs si:

A) $\gamma = \beta$, B) $\gamma = 1$, C) $\beta + \gamma = 0$, D) $\gamma = 1 - \beta$

Réponse: D). Une fonction de production est à rendements d'échelle constants lorsque la production est multipliée par un facteur λ quand les facteurs de production sont augmentés dans la même proportion λ :

$$(\lambda .A)^\gamma . (\lambda .L_R)^\beta = \lambda^{\gamma+\beta}.$$

On a $\gamma + \beta = 1$ à condition que $\gamma = 1 - \beta$.

6. Les données sont celles de la question précédente. On suppose que la fonction de production (1) est à rendements d'échelle constants. Le progrès technique g^A mesuré par $\frac{G_t^A}{A_t}$ est supposé constant dans le temps et représente le taux de croissance du stock de connaissance A_t . On pose $\gamma = \frac{1}{3}$ et $g^A = 2\%$. En utilisant (1) et la propriété de rendements d'échelle constants, calculez le taux de croissance n^R du nombre de chercheurs permettant de maintenir constant le progrès technique au niveau $g^A = 2\%$:

A) $n^R = 2\%$, B) $n^R = \frac{2}{3}\%$, C) $n^R = 1\%$, D) $n^R = \frac{1}{3}\%$

Réponse : A). Pour déterminer le taux de croissance n^R du nombre de chercheurs permettant de maintenir constant le progrès technique au niveau $g^A = 2\%$, on divise les membres de gauche et de droite de (1) par A_t et on utilise la propriété de rendements d'échelle constants selon laquelle $\gamma - 1 = \beta$:

$$\begin{aligned}\frac{G_t^A}{A_t} &= g^A, \\ &= (A_t)^{\gamma-1} \cdot (L_t^R)^\beta, \\ &= \left(\frac{L_t^R}{A_t}\right)^\beta.\end{aligned}\tag{2}$$

Puisque g_A est constant, le rapport $\frac{L_t^R}{A_t}$ doit également être constant. Donc le taux de croissance du nombre de chercheurs $n^R = \frac{d \ln L_t^R}{dt}$ doit être égal au taux de croissance du stock de connaissance $g_A = \frac{d \ln A_t}{dt} = 2\%$. Donc $n_R = g_A = 2\%$.

7. On considère une obligation perpétuelle procurant un coupon annuel, R , qui croît au taux annuel constant de $g = 2\%$. Le coupon obtenu la première année (qui correspond à l'année prochaine) est égal à $R = 50$ €. Le taux d'intérêt du marché est égal à $i = 6\%$. Quel est le prix V de cette obligation en euros?

A) $V = 1250$, B) $V = 625$, C) $V = 2500$, D) $V = 833.33$

Réponse : A). Le prix d'une obligation est égal à la somme actualisée des revenus futurs quelle procure. La première année, le coupon vaut R ou $\frac{R}{1+i}$ une fois exprimé en valeur présente. La deuxième année, le coupon vaut $R \cdot (1+g)$ et donc $\frac{R \cdot (1+g)}{(1+i)^2}$ en valeur présente. En poursuivant ce raisonnement à l'infini, on obtient:

$$\begin{aligned}V &= \frac{R}{1+i} + \frac{R \cdot (1+g)}{(1+i)^2} + \dots + \frac{R \cdot (1+g)^t}{(1+i)^{t+1}}, \\ &= \frac{R}{1+i} \cdot \left[1 + \frac{1+g}{1+i} + \dots + \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t \right], \\ &= \frac{R}{1+i} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{t+1}}{1 - \frac{1+g}{1+i}} \right], \\ &= \frac{R}{1+i} \cdot \frac{1+i}{i-g}, \\ &= \frac{R}{i-g} = \frac{50}{0.06 - 0.02} = 1250.\end{aligned}\tag{3}$$

8. Un investisseur détient une action qu'il a acheté 60€ à la date t qui donne droit à un dividende de 2€. Les obligations publiques qui sont des actifs sans risque rapportent un taux d'intérêt de 4%. Déterminez le prix de revente anticipé à la date $t + 1$ de l'action garantissant le respect de la relation d'absence d'opportunités d'arbitrage:

A) 58.4€, B) 60.4€, C) 50€, D) 62.4€

Réponse: B). D'après la relation d'absence d'opportunités d'arbitrage, le rendement d'un euro investi en action égal $\frac{d+p_{t+1}^a}{p_t}$ doit être équivalent au rendement d'un euro investi en actif sans risque $1 + i$. En égalisant les rendements et en isolant le prix de revente anticipé, on obtient:

$$p_{t+1}^a = (1 + i) \cdot p_t - d_t = (1.04 \cdot 60) - 2 = 60.4€.$$

9. On considère une économie qui produit une quantité Y de bien final à l'aide de travail N selon une technologie de production $Y = A \cdot N^{1/2}$; la productivité du travail A croît à un rythme annuel moyen égal à 1% et l'emploi au rythme annuel moyen de 1%; on suppose que la vitesse de circulation de la monnaie est constante. D'après l'équation des échanges, le taux de croissance de la masse monétaire g_M compatible avec une inflation de 2% est égal à:

A) $g_M = 2.5\%$, B) $g_M = 4\%$, C) $g_M = 0.5\%$, D) $g_M = 3.5\%$.

Réponse: D). En supposant que la vitesse de circulation de la monnaie est constante, sous forme de taux de croissance, l'équation des changes s'écrit $g_M = \pi + a + \frac{1}{2} \cdot n = 2\% + 1\% + 0.5\% = 3.5\%$.

10. On considère une économie ouverte pouvant emprunter n'importe quelle quantité de capital au taux d'intérêt mondial r^* fixe dans le temps. L'économie produit une quantité Y de bien final à l'aide de capital, K , et de travail, N . On suppose que la population égale au nombre de travailleurs est constante dans le temps. La technologie de production sous forme intensive (c'est-à-dire par travailleur) s'écrit:

$$y = k^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (4)$$

où $y = Y/N$ et $k = K/N$. On suppose que le capital se déprécie au taux δ . Les firmes investissent un montant I pour remplacer le capital obsolète, $\delta \cdot K$. On pose $\alpha = 0.3$, $r^* = 0.05$, et $\delta = 0.1$. En calculant au préalable le capital par travailleur demandé par l'économie étant donné le taux d'intérêt mondial et le taux de dépréciation du capital, déterminez le taux d'investissement $\frac{I}{Y} = \frac{\frac{I}{N}}{y}$:

A) $I/Y = 16.6\%$, B) $I/Y = 20\%$, C) $I/Y = 22.5\%$, D) $I/Y = 200\%$

Réponse: B). Les firmes déterminent la quantité de capital en égalisant la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y}{\partial k}$, nette du taux de dépréciation du capital physique, δ , au taux d'intérêt mondial r^* :

$$\begin{aligned} \alpha \cdot (k)^{\alpha-1} - \delta &= r^*, \\ k &= \left(\frac{\alpha}{\delta + r^*} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Comme le taux d'intérêt mondial est fixe dans le temps, le capital par travailleur et donc la production par travailleur sont constantes ce qui explique l'absence d'indice temporel t . En utilisant (4) et en substituant (5), l'investissement en pourcentage de la production est égal à:

$$\begin{aligned}
 \frac{I}{Y} &= \frac{I/N}{Y/N} = \frac{i}{y}, \\
 &= \delta \cdot \frac{k}{y}, \\
 &= \delta \cdot \frac{k}{k^\alpha}, \\
 &= \delta \cdot k^{1-\alpha}, \\
 &= \frac{\delta \cdot \alpha}{\delta + r^*} = \frac{0.1 \cdot 0.3}{0.1 + 0.05} = 0.2.
 \end{aligned} \tag{6}$$

11. Les données sont celles de la question précédente. L'épargne nationale représente une fraction $s = 0.14$ du PIB réel. Quel est le montant des entrées nettes de capitaux (en valeur absolue) en pourcentage du PIB:

A) 6%, B) 8.5%, C) 2.6%, D) 186%

Réponse: A). Les entrées nettes de capitaux correspondent à la différence entre l'investissement et l'épargne:

$$\frac{I}{Y} - s \cdot \frac{Y}{Y} = 0.2 - 0.14 = 0.06. \tag{7}$$

12. On considère une économie ouverte pouvant emprunter n'importe quelle quantité de capital au taux d'intérêt mondial r^* fixe dans le temps. L'économie produit une quantité Y de bien final à l'aide de capital physique, K , et de capital humain, H . On suppose que la population égale au nombre de travailleurs est constante dans le temps. La technologie de production sous forme intensive (c'est-à-dire par travailleur) s'écrit:

$$y = k^\alpha \cdot h^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \tag{8}$$

où $y = Y/N$, $k = K/N$, $h = H/N$. On suppose que le capital physique se déprécie au taux δ . Les firmes investissent un montant I pour remplacer le capital obsolète, $\delta \cdot K$. On pose $r^* = 0.05$, $\delta = 0.05$, et $\alpha = 1/2$. En calculant au préalable le capital par travailleur demandé par l'économie étant donné le taux d'intérêt mondial et le taux de dépréciation du capital, déterminez le taux d'investissement $\frac{I}{Y} = \frac{\frac{I}{N}}{y}$:

A) $I/Y = 20\%$, B) $I/Y = 16.6\%$, C) $I/Y = 22.5\%$, D) $I/Y = 25\%$

Réponse: D). Les firmes déterminent la quantité de capital en égalisant la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y}{\partial k}$, nette du taux de dépréciation du capital physique, δ , au taux d'intérêt mondial r^* :

$$\begin{aligned}
 \alpha \cdot (k)^{\alpha-1} \cdot h^{1-\alpha} - \delta &= r^*, \\
 k &= \left(\frac{\alpha}{\delta + r^*} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot h, \\
 \frac{k}{h} &= \left(\frac{\alpha}{\delta + r^*} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

En utilisant (8) et en substituant (9), l'investissement en pourcentage de la production est égal à:

$$\begin{aligned}
\frac{I}{Y} &= \frac{I/N}{Y/N} = \frac{i}{y}, \\
&= \delta \cdot \frac{k}{y}, \\
&= \delta \cdot \frac{k}{k^\alpha \cdot h^{1-\alpha}}, \\
&= \delta \cdot \left(\frac{k}{h}\right)^{1-\alpha}, \\
&= \delta \cdot \left(\frac{\alpha}{\delta + r^*}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}}, \\
&= \delta \cdot \left(\frac{\alpha}{\delta + r^*}\right), \\
&= 0.05 \cdot \frac{0.5}{0.05 + 0.05} = 0.5 \cdot 0.5 = 0.25.
\end{aligned} \tag{10}$$

13. Le multiplicateur monétaire à la date t , noté m_t , est égal à 8. Les dix années qui suivent la date t , la masse monétaire mesurée par l'agrégat monétaire M_1 a été multipliée par 1.8 et la base monétaire, H , a été multipliée par 6. Calculez la valeur du multiplicateur monétaire 10 ans plus tard, m_{t+10} :

A) $m_{t+10} = 1.3$, B) $m_{t+10} = 4.4$, C) $m_{t+10} = 2.4$, D) $m_{t+10} = 8$,

Réponse: C). Le multiplicateur monétaire 10 ans plus tard, m_{t+10} est égal au rapport de la masse monétaire 10 ans plus tard à la base monétaire 10 ans plus tard:

$$\begin{aligned}
m_{t+10} &= \frac{M_{t+10}}{H_{t+10}}, \\
&= \frac{1.8 \cdot M_t}{6 \cdot H_t}, \\
&= \frac{1.8}{6} \cdot m_t, \\
&= 0.3 \cdot 8 = 2.4.
\end{aligned} \tag{11}$$

2 Exercice : Niveau de vie et bien-être

On considère une économie fermée i sans Etat avec des ménages et des firmes. On note t l'indice temporel. La population du pays i croît annuellement au taux n identique dans tous les pays:

$$\frac{L_{t+1}^i}{L_t^i} = 1 + n. \tag{12}$$

On suppose que la quantité de travail dans le pays i , N_t^i , représente une fraction fixe b^i (avec $0 < b^i \leq 1$) de la population qui sera déterminée plus tard dans l'exercice:

$$N_t^i = b^i \cdot L_t^i. \tag{13}$$

L'ensemble des firmes produisent une quantité Y_t^i de bien final à l'aide de capital physique K_t^i et de travail N_t^i :

$$Y_t^i = (K_t^i)^\alpha \cdot (A^i \cdot N_t^i)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (14)$$

où A^i représente le niveau de compétence des travailleurs dans le pays i . Le prix du bien final est normalisé à 1. On suppose qu'à chaque date t , l'économie investit un montant I_t permettant d'élever le capital et d'amortir le capital:

$$I_t^i = K_{t+1}^i - K_t^i + \delta \cdot K_t^i, \quad (15)$$

où δ est le taux de dépréciation du capital physique supposé identique dans tous les pays. L'investissement est financé par l'épargne qui représente une fraction s (identique dans tous les pays) des revenus:

$$S_t^i = s \cdot Y_t^i. \quad (16)$$

Les ménages détiennent le capital qui est 'prêté' aux firmes en contrepartie d'une rémunération égal à R_t^i par unité de capital. Les ménages offrent du travail en quantité N_t^i en contrepartie d'une rémunération W_t^i par travailleur. Les revenus des ménages sont constitués des revenus du capital et des revenus du travail:

$$Y_t^i = R_t^i \cdot K_t^i + W_t^i \cdot N_t^i. \quad (17)$$

Les dépenses de consommation finale des ménages sont notées C_t^i . La consommation par habitant $c^i = \frac{C_t^i}{L_t^i}$ et le loisir par habitant l^i aboutissent à un bien-être décrit par la relation suivante:

$$\Lambda^i = \ln c^i + \theta^i \cdot \ln l^i, \quad \theta^i > 0, \quad (18)$$

où θ^i est un paramètre spécifique au pays i représentant le goût pour le loisir. Ce paramètre est censé refléter l'ensemble des politiques ayant pour conséquence d'élever le loisir.

Dans la suite de l'exercice, on se place dans une **situation de long terme où le capital par travailleur est constant dans le temps**:

$$k_{t+1}^i = \frac{K_{t+1}^i}{L_{t+1}^i} = k_t^i = \frac{K_t^i}{L_t^i} = k^i. \quad (19)$$

1. On note $y^i = \frac{Y_t^i}{L_t^i}$ la production par habitant. En utilisant la propriété de rendements d'échelle constants, exprimez la production par habitant en substituant au préalable (13) dans (14):

$$\text{A) } y^i = (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot (k^i)^\alpha, \text{ B) } y^i = (k^i)^\alpha, \text{ C) } y^i = (A^i \cdot b^i \cdot k^i)^{1-\alpha}, \text{ D) } y_t^i = (A^i \cdot b^i \cdot L_t^i)^{1-\alpha} \cdot (k^i)^\alpha$$

Réponse: A). Pour exprimer la production par habitant, on substitue au préalable (13) dans (14):

$$Y_t^i = (K_t^i)^\alpha \cdot (A^i \cdot b^i \cdot L_t^i)^{1-\alpha}. \quad (20)$$

En multipliant le capital et le travail par $\lambda = \frac{1}{L_t^i}$, on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{Y_t^i}{L_t^i} &= \left(\frac{K_t^i}{L_t^i} \right)^\alpha \cdot (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{L_t^i}{L_t^i} \right)^{1-\alpha}, \\ y^i &= (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot (k^i)^\alpha. \end{aligned} \quad (21)$$

2. En utilisant (12) et (19), déterminez l'investissement à long terme, I_t^i , à partir de (15):

A) $I_t^i = n \cdot K_t^i$, B) $I_t^i = (n + \delta) \cdot K_t^i$, C) $I_t^i = (1 + n - \delta) \cdot K_t^i$, D) $I_t^i = (1 - \delta) \cdot K_t^i$

Réponse: B). D'après (19) et en utilisant (12), $K_{t+1}^i = \frac{L_{t+1}^i}{L_t^i} \cdot K_t^i = (1 + n) \cdot K_t^i$. En substituant cette relation dans (15), on obtient l'investissement à long terme:

$$\begin{aligned} I_t^i &= (1 + n) \cdot K_t^i - K_t^i + \delta \cdot K_t^i, \\ &= (n + \delta) \cdot K_t^i. \end{aligned} \quad (22)$$

3. En utilisant l'égalité comptable entre l'épargne (16), S_t^i , et l'investissement de long terme, I_t^i , obtenu à la question 2), en divisant l'égalité par la population L_t^i , et en substituant la production par habitant obtenue à la question 1), déterminez le capital par habitant:

A) $k^i = \left(\frac{s \cdot A^i \cdot b^i}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, B) $k^i = A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, C) $k^i = A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{1-\alpha}$, D) $k^i = (A^i \cdot b^i)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$

Réponse: B). L'égalité comptable entre l'épargne, S_t^i décrit par (16), et l'investissement de long terme décrit par (22), en divisant les deux membres par la population, et en substituant (21), on obtient:

$$\begin{aligned} (n + \delta) \cdot \frac{K_t^i}{L_t^i} &= s \cdot \frac{Y_t^i}{L_t^i}, \\ (n + \delta) \cdot k^i &= s \cdot (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot (k^i)^\alpha, \\ k^i &= A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \end{aligned} \quad (23)$$

4. Déterminez la production par habitant en utilisant vos réponses aux questions 1) et 3):

A) $y^i = A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, B) $y^i = (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$, C) $y^i = (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\alpha \cdot (1-\alpha)}$, D) $y^i = A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

Réponse: D). En substituant (23) dans (21), on obtient la production par habitant:

$$\begin{aligned} y^i &= (A^i \cdot b^i)^{1-\alpha} \cdot (A^i \cdot b^i)^\alpha \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \\ &= A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \end{aligned} \quad (24)$$

5. Déterminez la consommation par habitant c^i :

A) $(1 - s) \cdot y^i$, B) $(1 - s) \cdot k^i$, C) $s \cdot y^i$, D) $(1 - s) \cdot W^i$

Réponse: A). Le revenu par habitant est égal à y^i . Une fraction s de ce revenu est épargné, $s \cdot y^i$, et une autre fraction $(1 - s)$ est consommée:

$$c^i = (1 - s) \cdot y^i. \quad (25)$$

6. Le rendement R^i par unité de capital est égal à la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y^i}{\partial k^i}$. Déterminez les revenus du capital par habitant, $R^i \cdot k^i$, en les exprimant en termes du revenu par habitant, y^i , en utilisant votre réponse à la question 1):

A) $R^i . k^i = (1 - \alpha) . y^i$, B) $R^i . k^i = \alpha . (y^i)^{1-\alpha}$, C) $R^i . k^i = \alpha . y^i$, D) $R^i . k^i = (y^i)^{\frac{1}{\alpha}}$

Réponse : C). Le rendement R^i par unité de capital est égal à la productivité marginale du capital, $\frac{\partial y^i}{\partial k^i} = \alpha . (A^i . b^i)^{1-\alpha} . (k^i)^{\alpha-1}$. Les revenus du capital par habitant sont donc égaux à :

$$\begin{aligned} R^i . k^i &= \alpha . (A^i . b^i)^{1-\alpha} . (k^i)^\alpha , \\ &= \alpha . y^i . \end{aligned} \quad (26)$$

7. En exprimant au préalable les revenus (17) par habitant en utilisant (13), puis en substituant les revenus du capital par habitant obtenus à la question précédente, déterminez le salaire W^i :

A) $W^i = \frac{\alpha}{b^i} . y^i$, B) $W^i = (A^i)^{1-\alpha} . (b^i)^{-\alpha}$, C) $W^i = A^i$, D) $W^i = \frac{(1-\alpha)}{b^i} . y^i$

Réponse : D). En substituant au préalable (13) puis en divisant les membres de gauche et de droite de (17) par la taille de la population L_t^i , on obtient le revenu par habitant :

$$\begin{aligned} \frac{Y_t^i}{L_t^i} &= R^i . \frac{K_t^i}{L_t^i} + W_t^i . b^i . \frac{L_t^i}{L_t^i} , \\ y^i &= R^i . k^i + W^i . b^i . \end{aligned} \quad (27)$$

En substituant (26) dans (27), on obtient le salaire par travailleur :

$$W^i = \frac{(1 - \alpha)}{b^i} . y^i . \quad (28)$$

8. On note $Am_c^i = \frac{\partial \Lambda^i}{\partial c^i}$ l'avantage marginal de la consommation et $Am_l^i = \frac{\partial \Lambda^i}{\partial l^i}$ l'avantage marginal du loisir. Chaque ménage détermine la part de son temps à allouer au loisir, l^i , en égalisant le rapport des avantages marginaux au salaire : $\frac{Am_l^i}{Am_c^i} = W^i$. Ecrivez cette égalité en utilisant (18) :

A) $\theta^i . \frac{l^i}{c^i} = W^i$, B) $\theta^i . \frac{c^i}{l^i} = W^i$, C) $\theta^i = W^i$, D) $\theta^i . c^i . l^i = W^i$

Réponse : B). L'avantage marginal de la consommation $Am_c^i = \frac{\partial \Lambda^i}{\partial c^i}$ est égal à :

$$\begin{aligned} Am_c^i &= \frac{\partial \Lambda^i}{\partial c^i} , \\ &= \frac{\partial \ln c^i}{\partial c^i} , \\ &= \frac{1}{c^i} . \end{aligned} \quad (29)$$

L'avantage marginal du loisir $Am_l^i = \frac{\partial \Lambda^i}{\partial l^i}$ est égal à :

$$\begin{aligned} Am_l^i &= \frac{\partial \Lambda^i}{\partial l^i} , \\ &= \frac{\partial \theta^i . \ln l^i}{\partial l^i} , \\ &= \frac{\theta^i}{l^i} . \end{aligned} \quad (30)$$

En combinant (29) et (30) pour calculer le rapport $\frac{Am_l^i}{Am_c^i}$ et en égalisant au salaire, W^i , on obtient :

$$\frac{Am_l^i}{Am_c^i} = \frac{\theta^i}{l^i} \frac{1}{c^i} = \theta^i . \frac{c^i}{l^i} = W^i . \quad (31)$$

9. En utilisant le fait que $l^i = 1 - b^i$, en substituant le salaire, W^i , déterminé à la question 7) et la consommation par habitant déterminée à la question 5) dans l'égalité $\frac{Am_l^i}{Am_c^i} = W^i$, déterminez la part b^i du temps disponible alloué au travail:

A) $b^i = \frac{1-\alpha}{(1-\alpha)+\theta^i \cdot (1-s)}$, B) $b^i = \frac{\alpha}{\alpha+\theta^i \cdot (1-s)}$, C) $b^i = 1 - \theta^i \cdot \frac{(1-s)}{(1-\alpha)}$, D) $b^i = \frac{(1-\alpha)}{\theta^i \cdot (1-s)}$

Réponse A): D'après (31), le loisir est égal à:

$$l^i = (1 - b^i) = \theta^i \cdot \frac{c^i}{W^i}. \quad (32)$$

En substituant dans (32) le salaire, W^i , décrit par (28) et la consommation par habitant décrite par (25), et en résolvant (32) par rapport à b^i , on obtient la part du temps allouée au travail:

$$b^i = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha) + \theta^i \cdot (1 - s)}. \quad (33)$$

10. Alors que les données nous permettent de calculer α , s , et b^i , nous ne disposons pas de valeur pour le paramètre θ^i . A cette fin, utilisez votre réponse à la question précédente pour exprimer θ^i en fonction de α , s , et b^i :

A) $\theta^i = \frac{1-b^i}{(1-s) \cdot b^i}$, B) $\theta^i = \frac{\alpha \cdot (1-b^i)}{b^i \cdot (1-s)}$, C) $\theta^i = \frac{(1-b^i) \cdot (1-\alpha)}{b^i \cdot (1-s)}$, D) $\theta^i = \frac{(1-\alpha) \cdot (1-b^i)}{(1-s)}$

Réponse: C). En substituant dans (32) le salaire, W^i , décrit par (28) et la consommation par habitant décrite par (25), et en résolvant (32) par rapport à θ^i , on obtient:

$$\theta^i = \frac{l^i \cdot W^i}{c^i} = \frac{(1 - b^i) \cdot (1 - \alpha)}{b^i \cdot (1 - s)}. \quad (34)$$

11. On donne $\alpha = 0.4$, $b^{OCDE} = 0.3$, $s = 0.2$ qui correspondent aux valeurs moyennes des pays de l'OCDE. En utilisant votre réponse à la question précédente, calculez la valeur de θ^{OCDE} qui correspond au poids moyen attaché au loisir dans les pays de l'OCDE:

A) $\theta^{OCDE} = 1.75$, B) $\theta^{OCDE} = 2.5$, C) $\theta^{OCDE} = 1.16$, D) $\theta^{OCDE} = 0.525$

Réponse: A). En substituant les valeurs $\alpha = 0.4$, $b^{OCDE} = 0.3$, $s = 0.2$ dans (34), on obtient la valeur du paramètre θ^i :

$$\begin{aligned} \theta^{OCDE} &= \frac{(1 - b^{OCDE}) \cdot (1 - \alpha)}{b^{OCDE} \cdot (1 - s)}, \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.6}{0.3 \cdot 0.8} = 1.75. \end{aligned} \quad (35)$$

12. On pose d'abord $\theta^i = 0$ dans (18). Calculez au préalable la valeur de b^i lorsque $\theta^i = 0$ en utilisant votre réponse à la question 9). Puis calculez l'écart de bien-être, $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA}$, entre les Etats-Unis ('USA') et la France ('FRA') en utilisant le fait que n , δ , α et s sont identiques dans les deux pays, et en utilisant les expressions de y^i et c^i déterminées aux questions 4) et 5):

A) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = \alpha \cdot \ln\left(\frac{A^{USA}}{A^{FRA}}\right)$, B) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = (1 - \alpha) \cdot \ln\left(\frac{A^{USA}}{A^{FRA}}\right)$, C) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = \ln\left(\frac{A^{USA}}{A^{FRA}}\right)$, D) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = \frac{1-s}{1-\alpha} \cdot \ln\left(\frac{A^{USA}}{A^{FRA}}\right)$

Réponse: C). En posant $\theta^i = 0$, le bien-être du pays i s'écrit:

$$\Lambda^i = \ln c^i. \quad (36)$$

En substituant (24) dans (25), on obtient la consommation par habitant en fonction des paramètres de l'économie:

$$c^i = (1 - s) \cdot A^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (37)$$

où $b^i = 1$ en posant $\theta^i = 0$ dans (42). En calculant $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA}$, on obtient:

$$\begin{aligned} \Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} &= \ln c^{USA} - \ln c^{FRA}, \\ &= \ln A^{USA} - \ln A^{FRA} = \ln \left(\frac{A^{USA}}{A^{FRA}} \right), \end{aligned} \quad (38)$$

où on utilise le fait que les paramètres n , δ , α et s sont identiques dans les deux pays.

13. Tous les paramètres sont identiques entre les deux pays (s , δ , n , α) à l'exception de $A^{USA} = A^{FRA} \cdot (1 + 0.2)$ et $\theta^{USA} > \theta^{FRA}$, cette dernière inégalité impliquant des valeurs différentes pour b^{USA} et b^{FRA} . En utilisant l'approximation $\ln l^i = \ln(1 - b^i) \simeq -b^i$, le bien-être s'écrit:

$$\Lambda^i = \ln c^i - \theta^{OCDE} \cdot b^i, \quad \theta^{OCDE} > 0, \quad (39)$$

où $-\theta^{OCDE} \cdot b^i$ représente la perte d'utilité entraînée par le travail. On suppose que l'utilité Λ^i décrite par (39) dépend de la valeur moyenne θ^{OCDE} . En revanche, l'expression de b^i déterminée à la question 9) dépend de θ^i .

- (a) Déterminez $\ln c^{USA} - \ln c^{FRA}$ en utilisant vos réponses aux questions 4) et 5).

A) $\ln c^{USA} - \ln c^{FRA} = \alpha \cdot \ln \left(1.2 \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right)$, B) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = (1 - \alpha) \cdot \ln \left(1.2 \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right)$,
C) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = \ln \left(1.2 \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right)$, D) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = \frac{1-s}{1-\alpha} \cdot \ln \left(1.2 \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right)$

Réponse : C). En substituant (24) dans (25), on obtient la consommation par habitant en fonction des paramètres de l'économie:

$$c^i = (1 - s) \cdot A^i \cdot b^i \cdot \left(\frac{s}{n + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \quad (40)$$

Comme seul le paramètre b varie, on obtient:

$$\begin{aligned} \ln c^{USA} - \ln c^{FRA} &= \ln A^{USA} \cdot b^{USA} - \ln A^{FRA} \cdot b^{FRA}, \\ &= \ln \left(\frac{A^{USA}}{A^{FRA}} \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right), \\ &= \ln \left(1.2 \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right). \end{aligned} \quad (41)$$

- (b) On pose $\alpha = 0.4$, $s = 0.2$. On suppose que $\theta^{FRA} = 3$ pour la France. Calculez b^{FRA} en utilisant l'expression de b^i déterminée à la question 9):

A) $b^{FRA} = 0.2$, B) $b^{FRA} = 0.25$, C) $b^{FRA} = 0.14$, D) $b^{FRA} = 0.165$

Réponse : A). En posant $\alpha = 0.4$, $s = 0.2$, $\theta^{FRA} = 3$ dans (42), on obtient:

$$\begin{aligned} b^{FRA} &= \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha) + \theta^{FRA} \cdot (1 - s)}, \\ &= \frac{0.6}{0.6 + 3 \cdot 0.8} = 0.2. \end{aligned} \quad (42)$$

(c) On pose $b^{USA} = 0.3$ pour les Etats-Unis; on suppose que le paramètre θ^{OCDE} prend la valeur déterminée à la question 11). Calculez l'écart de bien-être $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA}$ en utilisant (39) et vos réponses aux deux questions précédentes:

A) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = 0.588$, B) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = 0.413$, C) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = -0.130$, D) $\Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} = 0.068$

Réponse : B). En utilisant (39), l'écart de bien-être s'écrit:

$$\begin{aligned}
 \Lambda^{USA} - \Lambda^{FRA} &= (\ln c^{USA} - \ln c^{FRA}) - \theta^{OCDE} \cdot (b^{USA} - b^{FRA}), \\
 &= \ln \left(1.2 \cdot \frac{b^{USA}}{b^{FRA}} \right) - \theta^{OCDE} \cdot (b^{USA} - b^{FRA}), \\
 &= \ln \left(1.2 \cdot \frac{0.3}{0.2} \right) - 1.75 \cdot (0.3 - 0.2), \\
 &= 0.588 - 0.175 = 0.413.
 \end{aligned} \tag{43}$$