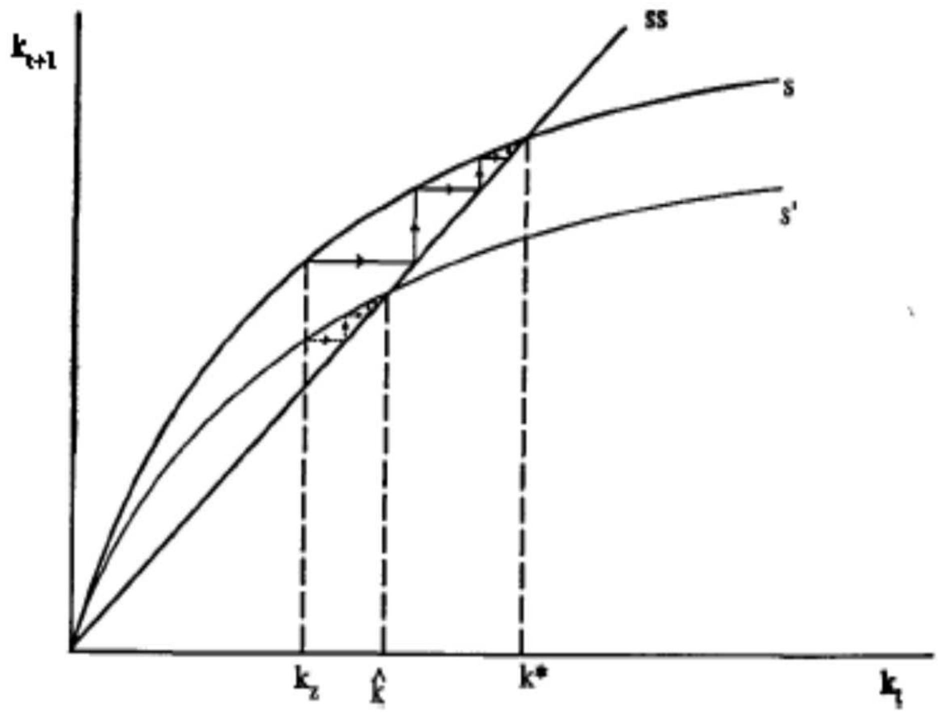

FIG. 2.16 – Modèle à générations imbriquées Diamond-Samuelson et système de retraite par répartition (PAYG) : la diminution du stock de capital par travailleur à long terme - Source : Blanchard and Fisher (1989) Lectures on Macroeconomics. MIT Press. Chapter 3.

2.6 Le modèle d'équilibre général à deux périodes avec offre de travail élastique : une introduction au modèle du cycle réel

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré que l'offre de travail était inélastique. Nous allons relâcher cette hypothèse pour étudier l'effet d'une hausse temporaire i) des dépenses publiques et ii) de la productivité. A cette fin, on considère le modèle à deux périodes développé dans la section (2.2) mais en l'élargissant de deux façons : i) d'abord en introduisant l'offre de travail, et ii) en considérant l'accumulation de capital physique.

2.6.1 Les ménages

On considère que l'économie est composée d'un grand nombre de ménages dont le nombre est normalisé à 1. Tous les ménages sont identiques et donc leurs décisions sont résumées par celles de l'agent représentatif ; évidemment dans la réalité, les décisions représentent celles de l'individu moyen.

L'agent représentatif débute la période 1 avec un stock d'actif égal à A_0 ; il offre une quantité de travail L_1 et chaque heure de travail est rémunérée au taux W_1. Le revenu obtenu est donc égal à $W_1 \times L_1$ dont il consomme une partie et accumule une richesse d'un montant égal à $A_1 - A_0$. Lors de la période 2, l'individu obtient un revenu $R_2 A_1$ avec $R_2 = (1 + r_2)$ du fait de la détention d'un stock d'actifs A_1. Au cours de la période 2, l'individu obtient également un revenu $W_2 L_2$ du fait de l'offre de L_2 heures de travail où W_2 est le taux de salaire horaire. Comme l'individu représentatif est propriétaire de la firme représentative, il obtient un dividende Π_2 correspondant aux profits distribués. L'agent représentatif consacre son revenu disponible $(1+r_2)\,A_1+\Pi_2+W_2L_2$ à la consommation et également à l'accumulation de richesse financière A_2-A_1. Toutefois, comme la période 2 correspond à la dernière période de sa vie, il choisira de ne pas détenir un montant positif d'actifs financiers. Il choisira donc $A_2 \leq 0$. Toutefois, le ménage n'a pas la possibilité de finir sa vie avec des dettes impayées si bien qu'il est nécessaire que $A_2 \geq 0$. Finalement, pour satisfaire son souhait de ne pas détenir un montant positif de dette tout en satisfaisant la contrainte de payer ses dettes, l'individu choisira un montant de richesse à la fin de la période 2 nul :

$$A_2 = 0. \tag{2.164}$$

Les contraintes budgétaires des ménages s'écrivent donc de la façon suivante :

$$\begin{aligned} A_1 &= R_1A_0+\Pi_1+W_1L_1^S-C_1, && (2.165\text{a})\\ A_2 &= R_2A_1+\Pi_2+W_2L_2^S-C_2=0. && (2.165\text{b}) \end{aligned}$$

En éliminant de l'eq. (2.165a) le montant d'actif financiers A_1 en utilisant (2.165b), cad $A_1=\frac{C_2-\Pi_2-W_2L_2}{R_2}$, les deux contraintes budgétaires peuvent être réduites à une seule appelée contrainte budgétaire intertemporelle :

$$C_1+\frac{C_2}{R_2}=R_1A_0+\Pi_1+W_1L_1^S+\frac{\Pi_2}{R_2}+\frac{W_2L_2^S}{R_2}. \tag{2.166}$$

L'individu représentatif choisit les niveaux de consommations aux périodes 1 et 2 ainsi que l'offre de travail de façon à atteindre l'utilité intertemporelle la plus élevée possible. Cette utilité augmente avec les quantités consommées mais diminue sous l'effet de l'accroissement de l'offre de travail qui diminue le temps de loisir de l'individu représentatif. Plus précisément, on suppose que l'individu est doté d'un temps disponible égal à 1 qu'il peut répartir entre loisir l_i et travail L_i^S, cad $l_i=1-L_i^S$:

$$1=L_1+l_1, \quad 1=L_2+l_2.$$

L'utilité intertemporelle de l'individu représentatif s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Lambda &\equiv \Lambda\left(C_1,l_1\right)+\beta\,.\Lambda\left(C_2,l_2\right) && (2.167)\\ &= U\left(C_1\right)+V\left(1-L_1^S\right)+\beta\left[U\left(C_2\right)+V\left(1-L_2^S\right)\right], && (2.168) \end{aligned}$$

où $\beta\equiv\frac{1}{1+\rho}$ est le facteur d'actualisation. L'individu va choisir C_1, C_2, L_1^S, L_2^S de façon à atteindre le niveau le plus élevé possible de Λ décrite par (2.168) sous la contrainte budgétaire intertemporelle (2.166) en prenant R_1, R_2, Π_1, Π_2, W_1, W_2 comme donnés. Pour résoudre ce problème, il faut écrire le Lagrangien :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= U\left(C_1\right)+V\left(1-L_1^S\right)+\beta\left[U\left(C_2\right)+V\left(1-L_2^S\right)\right]\\ &+ \lambda\left[\Pi_1+W_1L_1^S+\frac{\Pi_2}{R_2}+\frac{W_2L_2^S}{R_2}-C_1-\frac{C_2}{R_2}\right]. && (2.169) \end{aligned}$$

Les conditions du premier ordre de ce problème s'écrivent de la façon suivante :

$$U'\left(C_1\right)=\lambda, \tag{2.170a}$$

$$V'\left(1-L_1^S\right)=\lambda W_1, \tag{2.170b}$$

$$\beta U'\left(C_2\right)=\frac{\lambda}{R_2}, \tag{2.170c}$$

$$\beta V'\left(1-L_2^S\right)=\lambda\frac{W_2}{R_2}. \tag{2.170d}$$

En combinant (2.170a)-(2.170c), on obtient le choix du profil intertemporel de la consommation de l'agent représentatif qui consiste à égaliser le taux marginal de substitution intertemporelle, qui mesure la quantité de consommation future à laquelle est prêt à renoncer l'individu pour consommer davantage dans le présent avec la quantité de consommation future à laquelle il doit renoncer en consommant une unité supplémentaire dans le présent, cette quantité étant indiquée par R :

$$\frac{U'(C_1)}{\beta U'(C_2)} = R_2. \tag{2.171}$$

La nouvelle relation qui apparaît est celle qui consiste à arbitrer entre davantage de loisir $l_i = 1 - L_i^S$ $(i = 1, 2)$ ou davantage de consommation C_i (et donc travailler davantage). Ce choix intratemporel est réalisé en égalisant le taux marginal de substitution intratemporel, qui mesure la quantité de consommation à laquelle est prêt à renoncer l'individu représentatif pour obtenir une heure de loisir supplémentaire :

$$\frac{V'\left(1 - L_1^S\right)}{U'(C_1)} = W_1, \quad \frac{V'\left(1 - L_2^S\right)}{U'(C_2)} = W_2. \tag{2.172}$$

Le terme $V'\left(1 - L_2^S\right)$ représente le coût en termes de satsifaction de travailler une heure supplémentaire et le terme $W_2 U'(C_2)$ indique que la satisfaction supplémentaire en termes de consommation de travailler une heure de plus : cela permet d'obtenir un revenu horaire indiqué par W_2 ce qui permet d'accroître la consommation d'un montant W_1 et donc d'accroître son utilité de $U'(C_2)$. La même logique s'applique à la période 1.

De façon à permettre une résolution analytique du modèle on suppose que les fonctions d'utilité prenent les formes suivantes :

$$U(C_i) = \ln(C_i), \quad V(l_i) = \ln\left(1 - L_i^S\right). \tag{2.173}$$

Les formes logarithmiques reviennent à supposer une élasticité de substitution intertemporelle pour la consommation σ_C et pour le travail σ_L égales à 1. En utilisant ces formes particulières (2.173), les conditions du premier ordre peuvent être réécrites de la façon suivante :

$$\frac{C_2}{C_1} = R_2 \beta, \quad \frac{C_1}{\left(1 - L_1^S\right)} = W_1 \quad \frac{C_2}{\left(1 - L_2^S\right)} = W_2. \tag{2.174}$$

On peut également mettre en évidence l'effet intertemporel passant par le taux d'intérêt sur le choix de l'offre de travail en rapportant W_2 à W_1 qui sont donnés par les deux dernières égalités de (2.174) et en éliminant les rapports de consommation en utilisant la première égalité de (2.174). On obtient le rapport du loisir de la première période à celui de la deuxième période en fonction de l'écart de salaire temporel et du taux de rendement du capital R_2 :

$$\frac{1 - L_1^S}{1 - L_2^S} = \frac{W_2}{W_1} \times \frac{1}{\beta \times R_2}. \tag{2.175}$$

Cette expression indique qu'une hausse du taux de salaire à la période 1 relativement à celle de la période 2 élève l'offre de travail à la période 1 relativement à celle de la période 2 (c'est l'effet substitution intertemporel sur l'offre de travail). Une hausse du taux d'intérêt r_2 élève le rendement du capital R_2 ce qui accroît l'incitation à épargner : de manière intuitive, à la suite d'une hausse du taux d'intérêt, l'individu est incité à épargner ce qui accroît son revenu futur ; cet effet revenu positif le conduit à réduire son offre de travail dans le futur et à offrir davantage de travail à la période 1.

2.6.2 Les firmes

Aux périodes 1 et 2, un grand nombre de firmes en concurrence parfaite normalisé à 1 produisent une quantité Y_2 de bien final. Pour produire cette quantité, les firmes combinent à la fois du capital K_2 et du travail L_2^D. En notant ϵ_L et $1-\epsilon_L$ l'intensité de la production du bien final en travail et en capital, la technologie de production s'écrit de la façon suivante :

$$Y_i = Z_i \left(L_i^D\right)^{\epsilon_L} \left(K_i^D\right)^{1-\epsilon_L}. \tag{2.176}$$

Comme il n'existe qu'un seul bien dans l'économie, on normalise son prix à 1, cad $P_i = 1$. On suppose que le capital se déprécie totalement, cad $\delta = 1$, de telle sorte que le coût du capital est égal à $\delta + r_i = 1 + r_i = R_i$; le coût du travail est mesuré par le taux salaire horaire W_i. La firme représentative choisit les quantités de travail L_i^D et de capital K_i^D façon à atteindre le profit Π_i le plus élevé possible :

$$\Pi_i \equiv Y_i - W_i L_i^D - R_i K_i^D. \tag{2.177}$$

Les demandes de quantités de facteurs de production sont obtenues en égalisant le revenu marginal de chaque facteur à son coût :

$$Z_i \epsilon_L \left(\frac{K_i^D}{L_i^D}\right)^{1-\epsilon_L} = W_i, \quad Z_i \left(1-\epsilon_L\right) \left(\frac{K_i^D}{L_i^D}\right)^{-\epsilon_L} = R_i. \tag{2.178}$$

En divisant la première par la seconde égalité, on trouve que le ratio capital-travail est d'autant plus grand que le coût du travail est élevé relativement au coût du capital :

$$\frac{W_i}{R_i} = \frac{\epsilon_L}{1-\epsilon_L} \left(\frac{K_i^D}{L_i^D}\right). \tag{2.179}$$

2.6.3 L'équilibre sur le marché des biens et services

L'équilibre sur le marché du travail et sur le marché des capitaux implique

$$L_i = L_i^D = L_i^S, \quad K_2 = K_2^D = A_1, \tag{2.180}$$

où A_1 représente l'épargne $S_1 = A_1 - (1-\delta) \times A_0 = A_1$ (car $\delta = 1$) permettant de financer l'investissement $I_1 = K_2 - K_1 + \delta \times K_1 = K_2$ (car $\delta = 1$) à la période 2. Comme les rendements d'échelle sont constants par rapport aux facteurs, la production est consacrée à la rémunérations des facteurs :

$$Y_i = W_i L_i + R_i K_i, \tag{2.181}$$

si bien que le profit est nul, cad $\Pi_i = 0$. En utilisant la fait que $\Pi_2 = 0$ et (2.181), cad $Y_2 = W_2 L_2 + R_2 K_2$, la contrainte budgétaire (2.165b) implique que la consommation à la deux période C_2 doit être égale à la quantité produite Y_2 :

$$Y_2 = C_2. \tag{2.182}$$

En utilisant l'équilibre sur le marché des capitaux et la contrainte budgétaire (2.165a), l'équilibre sur le marché des biens à la période 1 implique que la production Y_1 (exogène) est égale à la consommation C_1 et l'investissement K_2 (ce dernier étant égal à l'épargne) :

$$Y_1 = C_1 + K_2. \tag{2.183}$$

2.6.4 La résolution du modèle

Dans l'Appendice A.3, nous résolvons le modèle de manière analytique. Dans cette sous-section, nous allons interpréter les résultats. La résolution s'effectue en deux étapes. Nous nous intéressons d'abord à l'équilibre sur le marché du travail puis nous étudions l'équilibre sur le marché des capitaux.

On résoud le modèle en partant de la fin. Le marché du travail à la période 2 a deux composantes : l'offre décrite par $\frac{C_2}{(1-L_2^S)} = W_2$ (deuxième équation de (2.174)) et la demande décrite par $Z_2\epsilon_L\left(\frac{K_2^D}{L_2^D}\right)^{1-\epsilon_L} = W_2$ (première équation de (2.178)). Dans le plan (L_2, W_2), l'offre de travail L^S est croissante avec le taux de salaire (réel) W_2. La raison est que la hausse du taux de salaire réel élève le prix relatif du loisir. Comme le loisir coûte plus cher, l'individu va consommer davantage de biens ce qui nécessite de travailler davantage. Pour le voir, on utilise le fait que $C_2 = Y_2 = W_2\,.L_2^S + R_2\,.K_2$:

$$\frac{W_2\,.L_2^S + R_2\,.K_2}{1 - L_2^S} = W_2,$$

ce qui en résolvant par rapport à L_2^S aboutit à l'offre de travail (dite non compensée car elle est le résultat de l'effet substitution et de l'effet revenu) :

$$L_2^S = \frac{1}{2} - \frac{R_2\,.K_2}{2\,.W_2}. \tag{2.184}$$

Comme l'effet substitution l'emporte sur l'effet revenu, la courbe d'offre de travail est croissante avec W_2. La demande de travail L^D est décroissante du taux de salaire réel W_2 puisque le coût du travail augmente. L'équilibre sur le marché du travail est situé à l'intersection de l'offre et de la demande de travail qui détermine un niveau d'emploi d'équilibre $\tilde{L}_2$ associé à un salaire réel d'équilibre $\tilde{W}_2^0$.

Une modification du capital K_2 va affecter à la fois la demande et l'offre de travail. D'abord, en dotant les travailleurs avec davantage de capital, ils deviennent plus productifs ce qui déplace la demande de travail vers la droite et élève le taux de salaire réel W_2. Parallèlement, la hausse de K_2 accroît également la production Y_2. Comme l'individu devient plus riche, il consomme plus de biens C_2 et plus de loisir et donc diminue son offre de travail : la courbe d'offre de travail se déplace vers la gauche. Bien que la hausse du taux de salaire réel stimule l'offre de travail, l'effet revenu reflété par la hausse de Y_2 incite l'individu à réduire son offre de travail. Comme les deux effets se compensent exactement, l'emploi d'équilibre $\tilde{L}_2$ est inchangé. Dans l'Appendice A.3, on montre que l'emploi d'équilibre est fixé au niveau dicté par la part distributive du travail ϵ_L :

$$\tilde{L}_2 = \frac{\epsilon_L}{1+\epsilon_L}. \tag{2.185}$$

Le seul effet d'une hausse de K_2 est une augmentation du taux de salaire réel d'équilibre au niveau $\tilde{W}_2^1$. En utilisant le fait que $Y_2 = C_2$ ainsi que $\epsilon_L \times \frac{Y_2}{L_2} = W_2$, l'équilibre sur le marché du travail s'écrit :

$$\frac{Y_2}{1-L_2} = \epsilon_L \times \frac{Y_2}{L_2}.$$

On s'intéresse maintenant au marché des capitaux qui a deux composantes l'offre décrite par $\frac{C_2}{C_1} = R_2\beta$ (première équation de (2.174)) et la demande décrite par $Z_2\,(1-\epsilon_L)\left(\frac{K_2^D}{L_2^D}\right)^{-\epsilon_L} =$

R_2 (deuxième équation de (2.178)). Pour comprendre pourquoi le choix du profil temporel de la consommation $\frac{C_2}{C_1} = R_2\beta$ constitue une offre de capital, il faut se souvenir que l'arbitrage entre consommation présente C_1 et consommation future C_2 est un arbitrage entre consommation C_1 et épargne S_1. Lorsque l'individu est doté d'un revenu exogène Y_1, il doit répartir ce revenu entre consommation présente C_1 et épargne S_1, cette dernière permettant d'obtenir une consommation future C_2 plus importante. En réécrivant le choix du profil temporel de la consommation en utilisant $C_1 = Y_1 - A_1$ ainsi que le fait que $A_1 = K_2^S$, on obtient l'offre de capital :

$$\frac{C_2}{Y_1 - K_2^S} = R_2\beta.$$

Le terme de gauche représente la somme minimum que l'individu souhaite recevoir en contrepartie de son épargne : à mesure que l'individu épargne davantage, la baisse consécutive de la consommation présente élève le prix de la consommation présente.

L'offre de capital est une fonction croissante du rendemement du capital R_2. La raison est qu'une hausse de R_2 élève me prix relatif de la consommation présente ce qui conduit l'individu à consommer moins dans le présent et davantage dans le futur en épargnant davantage. Donc dans le plan (K_2, R_2), l'offre de capital K_2^S est croissante avec le rendement (réel) du capital R_2. La demande de capital K_2^D est décroissante du rendement réel du capital R_2 puisque le coût du capital devient plus élevé. L'équilibre sur le marché du capital est situé à l'intersection de l'offre et de la demande de capital qui détermine un niveau de capital d'équilibre $\tilde{K}_2^0$ associé à un rendement réel d'équilibre $\tilde{R}_1^0$. La résolution analytique du capital d'équilibre est simple en substituant l'expression de R_2 donnée par la deuxième égalité de (2.178), l'équilibre sur le marché des biens et services à la période 2 décrit par (2.182) puis en utilisant le fait que $C_1 = Y_1 - K_2$:

$$\frac{Y_2}{Y_1 - K_2} = \beta \times (1 - \epsilon_L) \frac{Y_2}{K_2}.$$

En factorisant par K_2, on obtient que le capital d'équilibre est une fonction croissante du PIB réel à la période 1 Y_1 :

$$\tilde{K}_2^0 = \frac{\beta (1 - \epsilon_L)}{1 + \beta (1 - \epsilon_L)} Y_1. \tag{2.186}$$

La raison est qu'une hausse de Y_1 élève l'épargne, donc l'investissement et par suite le stock de capital à la période 2, K_2.

On résoud maintenant le marché du travail à la période 1 donc l'équilibre implique l'égalité entre l'offre et la demande de travail :

$$\frac{Y_1 - K_2}{1 - L_1} = W_1 = \epsilon_L \frac{Y_1}{L_1}.$$

En substituant le capital d'équilibre (2.186) qui est fonction de Y_1, on obtient :

$$\frac{Y_1 \left[1 - \frac{\beta(1-\epsilon_L)}{1+\beta(1-\epsilon_L)}\right]}{1 - L_1} = \epsilon_L \frac{Y_1}{L_1}.$$

Comme la production Y_1 disparaît, et en résolvant, on obtient l'emploi d'équilibre à la période 1 qui est fixe :

$$\tilde{L}_1 = \frac{\epsilon_L [1 + \beta (1 - \epsilon_L)]}{1 + \epsilon_L [1 + \beta (1 - \epsilon_L)]}. \tag{2.187}$$

D'un côté, une hausse de K_1 qui élève la productivité marginale du travail à la période 1 incite l'individu à offrir davantage de travail. D'un autre côté, l'augmentation de Y_1 rend l'individu plus riche ce qui l'encourage à réduire son offre de travail. Ces deux effets jouant en sens opposé sur L_1 se compensent exactement car l'utilité est logarithmique.

2.6.5 Les effets d'une hausse de la productivité

La littérature du cycle économique réel considère que les fluctuations économiques résultent de chocs exogènes et qu'elles sont en grande partie engendrées par les variations de la productivité globale des facteurs Z. Pour étudier l'effet d'un choc de productivité, il est nécessaire de préciser que le stock de capital initial K_1 est prédéterminé au niveau $K_1 = A_0$ et donc n'est pas modifié (c'est une dotation initiale qui est exogène au modèle) :

$$Y_1 = Z_1 (L_1)^{\epsilon_L} (K_1)^{1-\epsilon_L}, \tag{2.188}$$

où L_1 est donné par (2.187). Comme K_1 est le stock de capital de début de période, cette variable est dite **prédéterminée** et constitue une condition initiale ; le terme Z_1 correspond à la productivité globale des facteurs qui est exogène dans le modèle. Dans cette sous-section, nous allons analyser l'effet d'une hausse transitoire de la productivité à la période 1. Donc la variable exogène Z_1 s'élève et Z_2 reste inchangé. Ce choc exogène est donc appelé choc temporaire de productivité car il n'a lieu que pendant la période 1.

Comme l'emploi d'équilibre (2.187) et (2.185) aux deux périodes ne dépend que de la part distributive du travail ϵ_L, la hausse de la productivité laisse inchangé le nombre d'heures travaillées. Comme la production à la première période Y_1 augmente car la production dépend de Z_1, l'individu peut à la fois consommer et épargner davantage, cad C_1 et A_1 s'élèvent. Pour le voir, on différentie le capital d'équilibre par rapport à Z_1 en utilisant le fait que $dY_1 = dZ_1$, et on substitue l'expression dans la condition d'équilibre de marché à la période 1 différentiée totalement, c'est-à-dire $dC_1 = dY_1 - dK_2$:

$$dC_1 = \left[1 - \frac{\beta(1-\epsilon_L)}{1+\beta(1-\epsilon_L)}\right] dZ_1 > 0,$$

où $\frac{\beta(1-\epsilon_L)}{1+\beta(1-\epsilon_L)}$ représente la propension à investir.

De manière graphique, comme l'offre de capital dépend positivement de Y_1 puisque $\frac{C_2}{Y_1-K_2} = R_1\beta$, la courbe d'offre de capital se déplace vers la droite ce qui traduit une hausse de l'épargne. Il s'ensuit une baisse du coût capital R_2 de $\tilde{R}_2^0$ à $\tilde{R}_2^1$ ce qui stimule l'investissement : il s'ensuit une hausse du capital d'équilibre de $\tilde{K}_2^0$ à $\tilde{K}_2^1$. La hausse du ratio capital-travail d'équilibre au niveau $\tilde{K}_2^1/\tilde{L}_2$ stimule la demande de travail ; de manière graphique, la demande de travail se déplace vers la droite ce qui élève le taux de salaire réel. Parallèlement, comme le stock de capital K_2 augmente, la production à la période 2 Y_2 est plus élevée. Comme les individus sont plus riches, il consomme plus de loisir ce qui réduit l'offre de travail : de manière graphique, l'offre de travail se déplace vers la gauche de telle sorte que l'emploi reste inchangé au niveau $\tilde{L}_2$. L'effet combiné de la hausse de la demande de travail et de la baisse de l'offre de travail élève le taux de salaire réel au niveau $\tilde{W}_2^1$.

Toutefois, l'étude empirique de Gali et Rabanal (2005) montrent qu'un choc de productivité tend à augmenter le PIB réel tout en réduisant le nombre d'heures travaillées. Dans notre modèle, le nombre d'heures travaillées reste inchangé à la période 1 car l'effet revenu et l'effet substitution se compensent exactement. Pour améliorer la capacité prédictive du modèle, il est nécessaire de permettre à l'effet revenu d'avoir un effet plus grand sur l'offre de travail que l'effet substitution. A cette fin, on considère une forme de l'utilité de la consommation plus générale $\frac{C^{1-\frac{1}{\sigma_C}}}{1-\frac{1}{\sigma_C}}$. Dans le cas logarithmique, la fonction d'utilité instantantée implique une

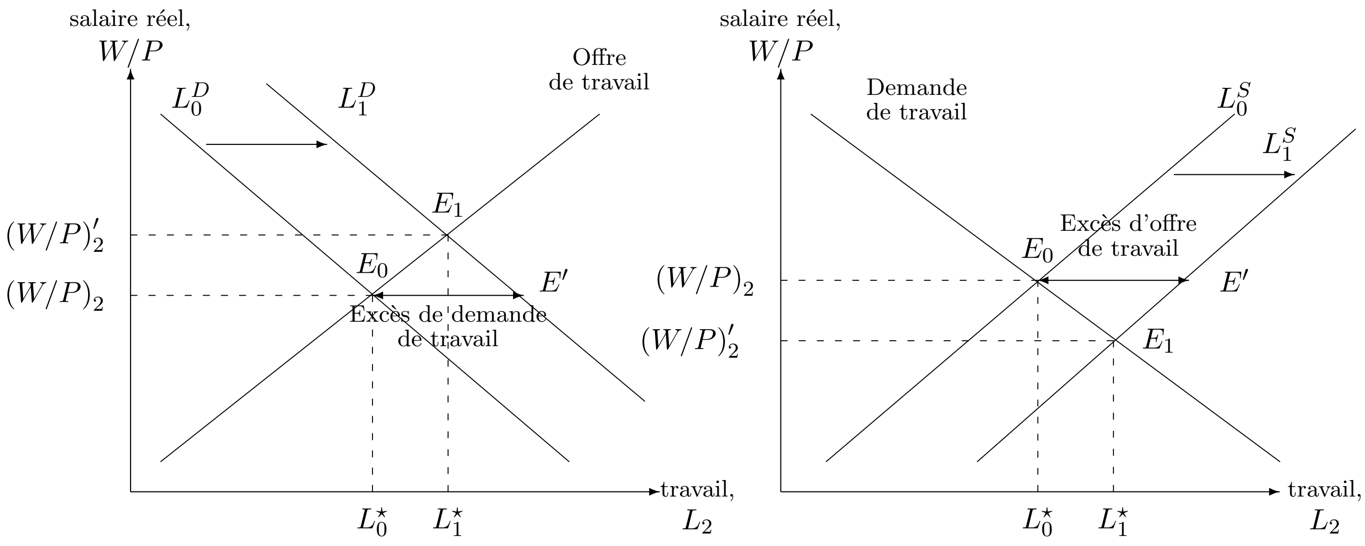

FIG. 2.17 – Le marché du travail : les effets d'un changement technologique et d'un accroissement de l'offre de travail sur les niveaux d'emploi et de salaire réel

élasticité de substitution intertemporelle de la consommation σ_C égale à 1 de telle sorte que l'effet revenu et l'effet substitution se compensent mutuellement. Avec une élasticité de substitution inférieur à 1, nous allons voir que l'offre d'heures travaillées diminue. La condition d'équilibre sur le marché du travail devient :

$$\frac{C_1^{\frac{1}{\sigma_C}}}{1-L_1^S} = \epsilon_L \frac{Y_1}{L_1}. \tag{2.189}$$

Pour montrer le résultat sur l'offre de travail de manière analytique, il est nécessaire de simplifier le modèle en supposant que le capital physique est fixe, $K_2 = K_1 = 1$. En prenant le logarithme et en différentiant l'équilibre sur le marché du travail de manière totale, et en notant l'écart d'une variable à son niveau initial, $\ln\left(\frac{X_1}{X_0}\right) \simeq \frac{X_1-X_0}{X_0}$, on obtient :

$$\frac{1}{\sigma_C}\hat{C}_1 = -\frac{L_1}{1-L_1}\hat{L}_1 + \left(\hat{Y}_1 - \hat{L}_1\right).$$

En utilisant le fait que $\hat{C}_1 = \hat{Y}_1$ d'après l'équilibre sur le marché des biens et services $Y_1 = C_1 + K_2$ avec K_2 fixé à 1, et en différentiant totalement la fonction de production, $\hat{Y}_1 = \hat{Z}_1 + \epsilon_L \hat{L}_1$, on obtient ;

$$\left(\frac{1}{\sigma_C} - 1\right)\left[\hat{Z}_1 + \epsilon_L \hat{L}_1\right] = -\frac{L_1}{1-L_1}\hat{L}_1 - \hat{L}_1.$$

Comme

$$-\frac{L_1}{1-L_1}\hat{L}_1 - \hat{L}_1 = -\frac{1}{1-L_1}\hat{L}_1$$

et en isolant la variation en % du travail $\hat{L}_1$, on obtient :

$$-\left[\left(\frac{1-\sigma_C}{\sigma_C}\right) + \frac{1}{1-L_1}\right]\hat{L}_1 = \left(\frac{1-\sigma_C}{\sigma_C}\right)\hat{Z}_1.$$

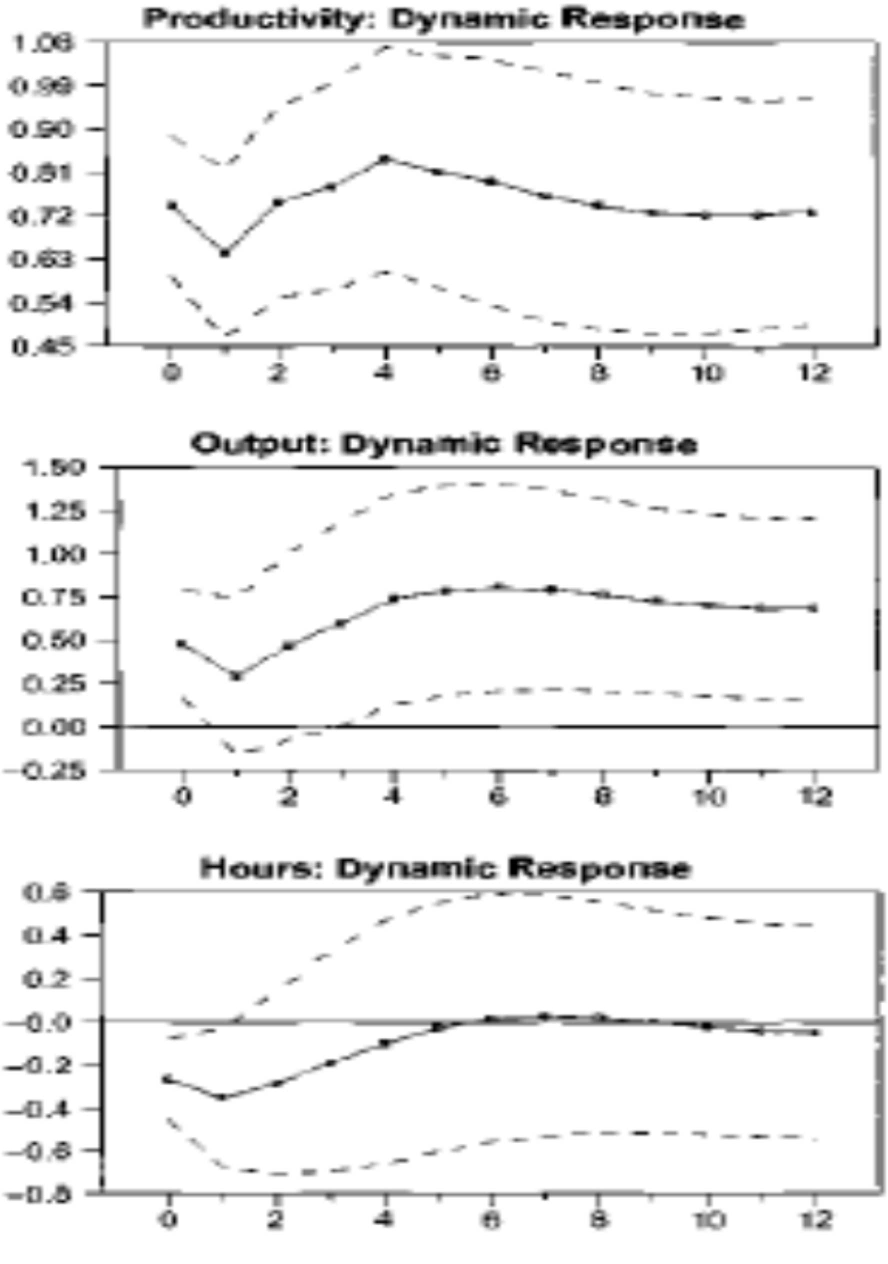

FIG. 2.18 – Réponses dynamiques de la productivité du travail, $y_t - l_t$, du PIB réel, y_t, et des heures travaillées totales, l_t à un choc technologique sur données américaines sur la période 1948 :1-2002 :4. Source : Gali and Rabanal (2005) Technology Shocks and Aggregate Fluctuations : How Well Does the Real Business Cycle Model Fit Postwar U.S. Data ?. NBER Chapters, in : NBER Macroeconomics Annual 2004, Volume 19,pp. 225-318 National Bureau of Economic Research, Inc.

En réarrangeant les termes, on obtient la variation des heures travaillées en fonction du choc de productivité $\hat{Z}_1$:

$$\hat{L}_1 = -\frac{(1-\sigma_C)(1-L_1)}{[\sigma_C + \epsilon_L (1-\sigma_C)(1-L_1)]}\hat{Z}_1 \lesseqgtr 0. \tag{2.190}$$

Le signe de la réaction des heures travaillées à la période 1 dépend du signe de $1-\sigma_C$. Dans le cas de figure où $\sigma_C < 1$, un choc qui fait augmenter le PIB réel Y_1, comme un choc de productivité Z_1, réduira l'emploi d'équilibre. Intuitivement, lorsque l'élasticité de substitution σ_C est faible, l'utilité est fortement concave ce qui implique que l'utilité marginale de la consommation diminue rapidement ; lorsque l'individu devient plus riche, il consomme à la fois plus de biens et de loisir. Comme l'utilité marginale de la consommation baisse rapidement, l'individu va allouer une fraction plus grande de son revenu à la consommation de loisir. par conséquent, l'effet revenu provoque maintenant une baisse plus importante de l'offre de travail. Dans ce cas, une hausse de 1% de Y_1 réduira l'emploi d'équilibre, en accord avec le quadran du bas de la Figure 2.18.

Bien que les heures travaillées diminuent, la hausse de la productivité permet d'augmenter le PIB réel à la période 1 :

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 &= \hat{Z}_1 + \epsilon_L \hat{L}_1, \\ &= \frac{\sigma_C}{\sigma_C + \epsilon_L (1-\sigma_C)(1-L_1)} > 0.\end{aligned} \tag{2.191}$$

Finalement, nous avons montré qu'un choc de productivité élevait la production à la période 1, et la consommation C_1. La productivité du travail Y_1/L_1 augmente fortement sous l'effet de la hausse de Y_1 et de la baisse des heures travaillées L_1.

Nous avons envisagé le modèle comme une version statique sans période 2. En prenant la version générale du modèle avec capital, on obtient qu'un choc de productivité élève la consommation, diminue l'offre de travail à la période 1, stimule l'épargne, diminue le taux d'intérêt ce qui encourage l'investissement. Toutefois, l'épargne augmente moins qu'avec $\sigma_C = 1$ car les heures travaillées diminuent ce qui modère l'accroissement des revenus de l'individu. Bien que la hausse du capital élève le salaire réel, en augmentant la production à la période 2, l'accroissement de K_2 provoque un effet revenu qui exerce un effet négatif sur l'offre de travail (puisque C_2 augmente) :

$$\hat{L}_2 = -\frac{(1-\sigma_C)(1-\epsilon_L)(1-L_2)}{[\sigma_C + \epsilon_L (1-\sigma_C)(1-L_2)]}\hat{K}_2 < 0, \quad \text{si} \quad \sigma_C < 1. \tag{2.192}$$

Pour déterminer (2.192), on a utilisé le fait que $\frac{1}{\sigma_C}\hat{C}_2 = -\frac{L_1}{1-L_1}\hat{L}_2 + \left(\hat{Y}_2 - \hat{L}_2\right)$ avec $\hat{Y}_2 = \hat{C}_2$:

$$\frac{1}{\sigma_C}\hat{Y}_2 = -\frac{L_2}{1-L_2}\hat{L}_2 + \hat{Y}_2 - \hat{L}_2;$$

en utilisant $-\frac{L_2}{1-L_2}\hat{L}_2 - \hat{L}_2 = -\frac{1}{1-L_2}\hat{L}_2$ puis en substituant $\hat{Y}_2 = \epsilon_L \hat{L}_2 + (1-\epsilon_L)\hat{K}_2$:

$$\begin{aligned}&\left(\frac{1-\sigma_C}{\sigma_C}\right)\left[\epsilon_L \hat{L}_2 + (1-\epsilon_L)\hat{K}_2\right] \\ &= -\frac{1}{1-L_2}\hat{L}_2.\end{aligned}$$

En réarrangeant les termes, on obtient (2.192).

2.6.6 Les effets d'une hausse des dépenses publiques

Bien que les résultats empiriques suggèrent que les fluctuations économiques sont en grande partie induites par les chocs de productivité qui sont des chocs d'offre, les chocs de demande sont également une source des fluctuations économiques. Dans cette sous-section, nous analysons les effets d'une politique de relance prenant la forme d'une hausse des dépenses publiques.

Dans un premier temps, nous devons introduire un troisième agent économique représenté par l'Etat. On suppose que l'Etat finance les dépenses publiques G_i (avec $i = 1, 2$) à chaque période à l'aide de recettes fiscales obtenues par le biais d'un impôt forfaitaire T_i de telle sorte que le solde budgétaire (primaire) est équilibré :

$$G_i = T_i. \tag{2.193}$$

Les contraintes budgétaires des ménages sont modifiées de la façon suivante :

$$A_1 = R_1 A_0 + W_1 L_1^S + \Pi_1 - C_1 - T_1, \tag{2.194a}$$

$$A_2 = R_2 A_1 + W_2 L_2^S + \Pi_2 - C_2 - T_2 = 0. \tag{2.194b}$$

En utilisant le fait que le budget est équilibré, les deux contraintes budgétaires peuvent être réduites à une seule appelée contrainte budgétaire intertemporelle :

$$C_1 + \frac{C_2}{R_1} = R_1 A_0 + W_1 L_1^S + \Pi_1 + \frac{\Pi_2}{R_2} + \frac{W_2 L_2^S}{R_2} + Y_1 - G_1 - \frac{G_2}{R_2}. \tag{2.195}$$

D'après (2.195), la valeur présente des dépenses de consommation des ménages ne doit pas excéder la valeur présente de leur revenu disponible. A noter que l'équivalence ricardienne implique que la consommation est indépendante de l'impôt forfaitaire. Toutefois, lorsque les dépenses publiques augmentent tout en maintenant le budget équilibré, la consommation va être affectée de la même façon puisque $G_1 = T_1$. Les équilibres sur les marchés sont modifiés de la façon suivante :

$$Y_1 = C_1 + K_2 + G_1, \quad G_1 = \omega_G Y_1, \tag{2.196a}$$

$$Y_2 = C_2 + G_2. \tag{2.196b}$$

Comme nous considérons une hausse temporaire des dépenses publiques, on suppose que les dépenses publiques s'élèvent à la période 1, cad $G_1 > 0$, puis reviennent à leur niveau initial $G_2 = T_2 = 0$ pour faciliter la résolution analytique (cela n'a aucun impact qualitatif sur les résultats). On considère une hausse de ω_G. Dans les pays de l'OCDE, ω_G se situe en moyenne à 20% du PIB. On considère habituellement un choc qui élève les dépenses publiques de 1 point de pourcentage du PIB : donc $(dG_1/Y_1) = d\omega_G = 1$ point de pourcentage du PIB.

L'introduction d'un troisième agent, l'Etat, modifie les décisions d'offre de travail et d'offre de capital mais seulement indirectement. On résoud le modèle en partant de la fin et on remonte à la période 1. A la période 2, l'emploi reste fixe au niveau :

$$\frac{C_2}{1 - L_2} = \epsilon_L \frac{Y_2}{L_2}, \quad L_2 = \frac{\epsilon_L}{1 + \epsilon_L}. \tag{2.197}$$

L'équilibre sur le marché des capitaux permet d'exprimer le capital d'équilibre K_2 en fonction de Y_1 et de G_1 :

$$\frac{Y_2}{Y_1 - K_2 - G_1} = \beta (1 - \epsilon_L) \frac{Y_2}{K_2}, \quad K_2 = \frac{\beta (1 - \epsilon_L)}{1 + \beta (1 - \epsilon_L)} Y_1 (1 - \omega_G). \tag{2.198}$$

On suppose d'abord que l'offre de travail reste fixe à la période 1. L'effet immédiat d'une hausse des dépenses publiques est de réduire le revenu disponible car l'Etat finance des dépenses publiques G_1 en élevant l'impôt forfaitaire T_1. Il s'ensuit une baisse de la consommation C_1 et de l'épargne S_1. De manière graphique, la courbe d'offre de capital se contracte et donc se déplace sur la gauche ce qui contracte l'investissement K_2 et augmente le taux d'intérêt R_1. Comme dans le modèle keynésien, une hausse des dépenses publiques réduit l'investissement privé des firmes. La baisse du capital K_2 réduit à la fois le salaire réel W_2 ce qui exerce un effet négatif sur l'offre de travail et diminue la production Y_2 et donc la consommation C_2 ce qui exerce un effet positif sur l'offre de travail (à travers l'effet revenu). Comme ces deux effets se compensent, le nombre d'heures travaillées reste inchangé. Le baisse du capital réduit la productivité marginale du travail et donc le taux de salaire réel d'équilibre. Parallèlement, le coût du capital est plus élevé. Enfin, la production à la période 1 étant exogène, elle reste inchangée et la production à la période 2 a diminué sous l'effet de la contraction de l'investissement.

Bien que la baisse de l'investissement soit en accord avec les faits empiriques établis par les études économétriques de type VAR (Vector Auto-Regression) montré sue la Figure 2.19 analysant les effets d'une augmentation des dépenses publiques, le niveau inchangé de la production Y_1 qui est supposée exogène est en désaccord avec les conclusions des études qui montrent que le PIB s'élève ainsi que les heures travaillées. De façon à améliorer la capacité prédictive du modèle, nous considérons que l'offre de travail est élastique à la période 1. De la même façon qu'à la période 2, l'individu va choisir une quantité d'offre de travail qui égalise l'utilité marginale du loisir $V'\left(1-L_1^S\right)=\frac{1}{1-L_1^S}$ avec l'utilité marginale d'une heure de travail supplémentaire $W_1 U'\left(C_1\right)=\frac{W_1}{C_1}$. Cet arbitrage aboutit à une offre de travail croissante avec le salaire réel :

$$\frac{C_1}{1-L_1^S}=W_1.$$

En substituant l'investissement à la période 1 décrit par (2.198), l'équilibre sur le marché des biens et services à la période 1 (2.196a) peut être réécrit de la façon suivante :

$$C_1=\frac{1}{1+\beta\left(1-\epsilon_L\right)}\left(1-\omega_G\right)Y_1$$

En substituant l'équilibre sur le marché des biens et services (l'équation juste au-dessus) dans l'expression de l'offre de travail $\frac{C_1}{1-L_1^S}=W_1$ et en utilisant le fait que la demande de travail implique $W_1=\epsilon_L\frac{Y_1}{L_1}$, le PIB réel Y_1 disparaît et on obtient une relation inverse entre le nombre d'heures travaillées

$$L_1=\frac{\epsilon_L\left[1+\beta\left(1-\epsilon_L\right)\right]}{\left(1-\omega_G\right)+\epsilon_L\left[1+\beta\left(1-\epsilon_L\right)\right]}. \tag{2.199}$$

on obtient que l'emploi d'emploi d'équilibre L_1 s'élève avec la part des dépenses publiques dans le PIB ω_G (qui diminue le dénominateur). L'intuition derrière ce résultat est la suivante. La hausse des dépenses publiques diminue le revenu disponible des ménages. Face à cette baisse de revenu, il diminue leur consommation et élève également leur offre de travail L_1. Les firmes combinent le travail L_1 et le capital K_1 pour produire une quantité $Y_1=Z_1\left(L_1\right)^{\epsilon_L}\left(K_1\right)^{1-\epsilon_L}$ qui devient maintenant endogène. Comme le capital à la période 1 K_1 est prédéterminé et donc n'est pas affecté par la hausse des dépenses publiques G_1, l'accroissement de l'offre de travail L_1 élève le PIB à la période 1, Y_1. Comme l'offre de travail est plus élevée, le ratio capital-travail K_1/L_1 diminue ce qui réduit le salaire réel à la période 1 W_1. De manière graphique, dans le plan (L_1, W_1), la courbe d'offre de travail se déplace vers la droite le long de la courbe (décroissante) de demande de travail.

En conclusion, une politique de relance évince l'investissement des firmes, élève l'offre de travail et augmente le PIB réel en accord avec les faits empiriques montrés sur la Figure 2.19. Toutefois, deux prédictions du modèle sont en désaccord avec les faits empiriques ; le modèle prédit qu'une hausse des dépenses publiques i) diminue le salaire réel, et ii) réduit la consommation C_1. La baisse de la consommation s'explique par le fait que la réduction du revenu disponible $Y_1 - T_1$ l'emporte sur l'accroissement du revenu disponible provenant de la hausse de L_1 ce qui accroît Y_1. Pour que le modèle soit en accord avec les faits empiriques, les travaux ont proposés deux voies possible. Dans un modèle néokeynésien, une partie des firmes maintiennent les prix fixes de telle sorte que la hausse de la demande engendre une hausse de la production et donc de la demande de travail. Cet accroissement de la demande de travail doit être suffisamment élevé pour engendrer une hausse du salaire réel (pour contrebalancer l'effet négatif sur le salaire réel entraîné par l'accroissement de l'offre de travail). En supposant des préférences non séparables entre la consommation et le loisir, et en supposant que la consommation C et $1-L$ sont suffisamment substituables de telle sorte que l'utilité marginale de la consommation est croissante avec les heures travaillées, cette fonction d'utilité engendre une relation positive entre consommation et salaire réel : la hausse du salaire réel encourage les individus à consommer davantage.

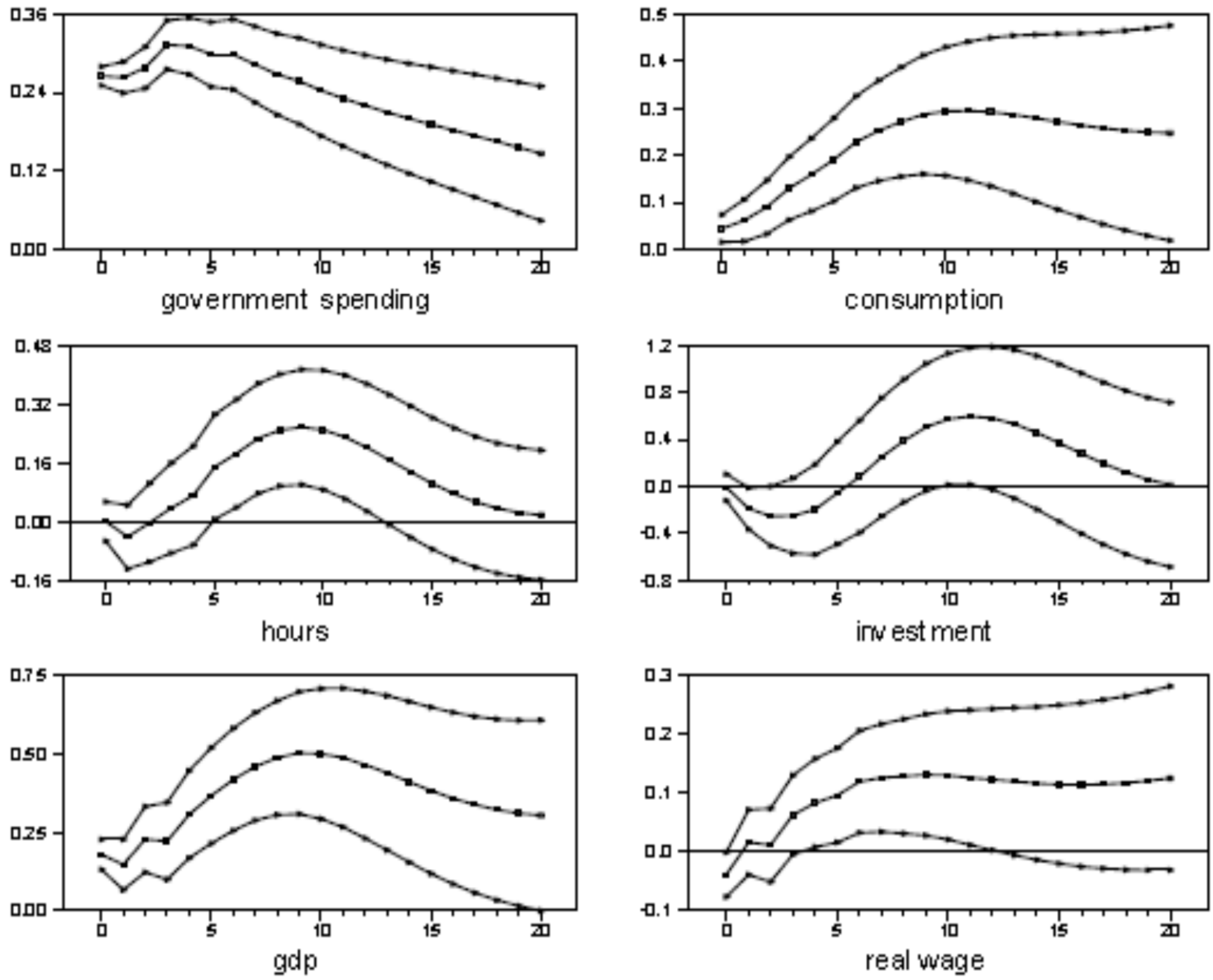

Fig. 2.19 – Fonctions de réponse du PIB réel et de ses composantes à la suite d'une hausse des dépenses publiques aux Etats-Unis sur la période 1954 :1-2003 :4. L'axe horizontal représente les trimestres après le choc. Source : Gali, López-Salido, and Vallés (2007) Understanding the Effects of Government Spending on Consumption. *Journal of the European Economic Association*, 5(1), pp. 227-270.