Chapitre 2

Choix intertemporels dans une économie à deux périodes

Mots clefs. Arbitrage intertemporel entre consommation présente et consommation future, théorème des fonctions implicites, équivalence ricardienne, taux de préférence pour le présent, élasticité de substitution intertemporelle, équivalence ricardienne, théorie des déficits jumeaux, Lagrangien, fonction de rendements d'échelle constant, rendements décroissants par rapport à l'utilisation d'un seul facteur de production, choix des facteurs de production, croissance persistante, fonction de producton à élasticité de substitution constante, arbitrage entre travail et loisir, équilibre sur le marché du travail, équilibre sur le marché des capitaux, résolution d'un modèle d'équilibre général, résolution des équations aux différences du premier ordre, stabilité d'un système dynamique, économie centralisée et décentralisée, règle d'or, balance courante, position extérieure nette.

2.1 Introduction

Ce premier chapitre présente les choix intertemporels dans le cadre de modèles à deux périodes. Dans un premier temps, on développe un modèle simple à deux périodes que l'on illustre avec la théorie de l'équivalence ricardienne et que l'on applique à l'hypothèse des déficits jumeaux. Ce modèle nous permet de rappeler un certain nombre de concepts liés aux choix intertemporels, en particulier le taux marginal de substitution intertemporelle indiquant la valeur (subjective) que l'on accorde à la consommatio présente, le taux de préférence pour le présent qui détermine l'attrait de l'individu pour la consommation présente et l'élasticité de substitution intertemporelle de la consommation qui indique l'étendue avec laquelle l'individu est prêt à substituer la consommation future à la consommation présente à la suite d'une variation du taux d'intérêt. Le taux marginal de substitution intertemporelle varie avec la consommation et donc pour comparer la valeur accordée au présent entre individus ou entre pays, on définit le concept de taux de préférence pour le présent qui est défini comme le taux marginal de substitution intertemporelle lorsque les consommation présente et future sont identiques. De manière intuitive, le taux de préférence pour le présent va déterminer la situation de prêteur ou d'emprunteur de l'individu (à côté du revenu courant) ; même si l'individu a une faible préférence pour le présent, il sera emprunteur si son revenu courant est faible. L'élasticité de substitution intertemporelle va déterminer comment varie l'épargne à la suite d'une variation du taux d'intérêt. Nous verrons que la variation de l'épargne peut être décomposée en trois parties : l'effet revenu, l'effet substitution, et l'effet richesse. Lorsque l'élasticité de substitution est égale à 1, l'effet revenu et l'effet substitution se compensent, et une hausse du taux d'intérêt, en réduisant la valeur présente d'1 euro dans un an va conduire l'individu à augmenter son épargne (comme il est moins riche, il consomme moins à la période 1 mais comme le revenu courant ne varie pas, l'épargne s'élève). La conclusion majeure du modèle intertemporel à deux périodes est que la consommation est influencée par la séquence des revenus et pas seulement par son revenu courant ce qui implique que l'individu a des anticipations tournées vers l'avant.

Ce modèle simple à deux périodes permet d'illustrer un autre point important en introduisant l'Etat dans le modèle. L'approche keynésienne met en avant qu'une baisse d'impôt élève le PIB réel en stimulant la demande. L'équivalence ricardienne dit au contraire que cette baisse d'impôt sera neutralisée sous l'effet des anticipations des individus qui se comportent de manière rationnelle. En considérant que les ménages ne sont pas myopes, ils ne vont pas simplement s'intéresser à leur richesse présente mais également à leur richesse dans le futur, et comprenent très bien que l'Etat augmentera tôt ou tard les impôts pour assurer l'équilibre de son budget. Ils anticipent donc une baisse de leur richesse dans le futur, et les ménages vont donc être amenés à épargner le supplément de revenu disponible consécutif à la baisse des impôts pour payer l'impôt additionnel qui sera prélevé par l'Etat demain. Finalement, cet accroissement de l'épargne privée compense exactement la diminution de l'épargne publique. Une baisse d'impôt ne provoque plus maintenant d'effet multiplicateur. La théorie de l'équivalence ricardienne vient également affaiblir une autre hypothèse appelée l'hypothèse des déficits jumeaux. C'est à partir du début des années 1980 aux Etats-Unis que l'on a observé que l'apparition d'une déficit extérieur qui s'accompagnait d'un déficit public qui s'aggravait. Comme la balance courante est définie comme l'écart entre l'épargne nationale et l'investissement, une baisse de l'épargne publique devrait expliquer ce déficit extérieur. L'équivalence ricardienne établit que la baisse de l'épargne publique est parfaitement compensée par la hausse de l'épargne privée ce qui laisse inchangé le solde courant. Toutefois, lors de la même période, les dépenses publiques ont augmenté. Comme elles n'influencent pas directement le comportement d'épargne, une hausse des dépenses publiques est susceptible d'affecter les choix intertemporels de consommation et donc le solde courant. Nous verrons dans quelle mesure.

Dans un deuxième temps, on introduit deux types d'individus, les travailleurs (jeunes) et les capitalistes (retraités) dans un modèle à générations imbriquées de type Diamond (1965)-Samuelson (1958). Dans ce modèle, les jeunes (25-65 ans) travaillent et louent le capital aux retraités (plus de 65 ans) qui sont propriétaires du capital. De la même façon que dans le modèle de Solow, la croissance de l'économie est tirée par l'accumulation de capital par travailleur. Et en raison de l'hypothèse de rendements décroissants dans l'accumulation de capital, la croissance économique ralentit puis s'éteint à long terme en l'absence d'un progrès technique exogène. La différence avec le modèle de Solow est que le taux d'épargne n'est pas exogène mais déterminé par les choix intertemporels des individus. En prenant une forme simple (logarithmique) pour la fonction d'utilité, le taux d'épargne est fixe ($S_t/W_t = \frac{1}{1+\rho}$) mais dépend toutefois de la préférence des individus pour le présent. Et de la même façon que le modèle de Solow, le modèle est stable si la fonction de production présente des rendements décroissants par rapport à l'accumulation de capital : à mesure que l'économie accumule du capital, le salaire augmente moins vite que le capital par travailleur ce qui conduit inéluctablement à une croissance nulle. Toutefois, dans un article publié en 1992, Jones et Manuelli ont montré, il était possible d'engendrer une croissance persistante. Cette croissance persistante est dite endogène car elle n'est pas induite par un progrès technique exogène. Nous allons montrer que deux conditions sont nécessaires. De la même façon que dans le modèle de Solow, l'existence de rendements décroissants dans l'accumulation du capital implique qu'à mesure que le capital devient de plus en plus important, le travail devient de plus en plus rare et donc de plus en plus cher. Avec une fonction Cobb-Douglas, la croissance s'éteint car cette technologie de production n'est pas suffisamment flexible pour que les firmes soient incitées à substituer le capital au travail à mesure que le capital coûte moins cher. Le premier ingrédient est donc la nécessité d'une technologie de production reflétée par une élasticité de substitution constante supérieure à 1. Alors que cette condition est suffisante pour engendrer une croissance persistante dans le modèle de Solow, elle constitue une condition nécessaire mais non suffisante dans le modèle à génrations imbriquées. Le deuxième ingrédient est la mise en place d'un système de redistribution entre les travailleurs et les capitalistes. L'idée est simple. L'existence de rendements décroissants fait que le salaire augmente moins vite que le capital et au bout d'un moment, l'épargne ne devient plus suffisante pour financer l'accumulation du capital. En taxant les retraités par le biais d'une taxe sur la valeur ajoutée qui est redistribuée vers les travailleurs (ce qui revient à redistribuer une partie de la rémunération du capital obtenue par les retraités), on maintient le revenu du travailleur à un niveau suffisant pour qu'ils maintiennent leur consommation au niveau souhaité tout en accumulant du capital de manière perpétuelle.

On terminera la présentation du modèle à générations imbriquées en évoquant les deux systèmes de retraite (par capitalisation et par répartition) et leur impact sur la croissance à long terme. Alors que dans un système de capitalisation, les individus obtiennent ce qu'ils ont cotisé et ces cotisations représentant une épargne 'forcée', l'effet de ce sytème sur l'économie est neutre. En revanche, dans le système de répartition, on finance les retraites à la date t en taxant les travailleurs de la même génération à la date t. Evidemment, l'épargne diminue ce qui réduit le capital et donc le revenu par travailleur.

Un autre point que nous analyserons très brièvement est le caractère efficient du capital par travailleur de long terme choisi dans une économie décentralisée. Dans le modèle de Solow, le revenu par habitant est maximum lorque le taux d'épargne est de 100% mais évidemment, le bien-être qui dépend de la consommation peut être amélioré en réduisant l'épargne. La règle d'or dans un modèle avec générations imbriquées est identique : le taux de rendement du capital égal à la productivité marginale du capital nette du taux de dépréciation doit être égale au taux de croissance de la population. L'explication est qu'une augmentation du capital par travailleur a deux effets de sens opposé sur la consommation : i) un niveau du capital par travailleur plus important élève le revenu national et donc la consommation, et ii) un niveau du capital par travailleur plus élevé nécessite une épargne plus élevée destinée à financer l'investissement reproductif (dépréciation + doter les nouveaux travailleurs en capital). Lorsque les deux effets de sens opposé se compensent exactement, c'est-à-dire le gain d'augmenter le capital par travailleur d'une unité supplémentaire est juste égal au coût marginal d'augmenter le capital par travailleur, la consommation est maximum. Ce que montre Diamond (1965), c'est qu'il est possible de ramener le stock de capital par travailleur au niveau prescrit par la règle d'or en faisant varier la dette publique : si le stock de capital est trop élevé, il convient alors d'accroître la dette publique de façon à diminuer l'épargne destinée à l'accumulation de capital.

Dans un troisième temps, on développera un modèle à deux périodes avec offre de travail élastique et accumulation de capital. Ce modèle constitue une sorte de modèle simplifié du modèle néoclassique à horizon infini utilisé dans la théorie du cycle réel. L'attrait de ce modèle d'équilibre général simplifié à deux périodes est qu'il peut être résolu de manière analytique en prenant des formes simples et en procédant en deux étapes. D'abord, on résoud l'équilibre sur le marché du travail puis l'équilibre sur le marché des capitaux à la période 2. Puis on résoud l'équilibre sur le marché du travail à la période 1. L'intérêt économique de ce modèle est qu'en introduisant l'arbitrage entre travail et loisir, il permet d'aborder les questions du mécanisme de transmission des chocs de productivité et technologique. Concernant l'impact d'une politique budgétaire expansionniste, les études empiriques révèlent qu'une hausse des dépenses publiques engendrent une hausse du PIB réel en élevant les heures travaillées et conduit à une baisse de l'investissement. En accord avec les faits empiriques, le modèle prédit bien qu'une une politique de relance budgétaire stimule l'activité économique en élevant le nombre d'heures travaillées tout en évinçant l'investissement. Nous trouvons également qu'un un choc technologique stimule l'investissement en élevant l'épargne, réduit le nombre d'heures travaillées et augmente la productivité du travail sous certaines conditions.

Dans ce chapitre, nous allons également développer un modèle à deux périodes d'une petite économie ouverte avec capital qui nous permet de montrer que l'ouverture au marché mondial élargit les possibilités de consommation tant qu'il existe des rendements décroissants dans l'accumulation du capital. Dans une économie fermée, l'épargne doit être égale à l'investissement ce qui implique que si le revenu à la première période est faible, la frontière des possibilités de production devient très pentue en raison de l'existence de rendements décroissants. Ces rendements décroissants impliquent un taux d'intérêt très élevé qui découragera la consommation présente. Finalement, l'individu doit sacrifier sa consommation pour financer l'investissement. En économie ouverte, les individus pourront consommer à la fois plus dans le présent et dans le futur tout en investissant davantage. La raison est que l'accès au marché mondial des capitaux permet de financer les dépenses d'investissement à un coût plus faible tout en consommant davantage dans le présent (par rapport à la situation d'économie fermée. Bien que l'économie devra rembourser ses dettes et payer les intérêts, comme la production future est plus grande grâce à un stock de capital plus élevé, les individus pourront consommer davantage dans le futur.

En économie ouverte, si le revenu à la première période est peu élevé, l'économie pourra investir un montant déterminé par le taux d'intérêt mondial (en égalisant la productivité marginale du capital nette du taux de dépréciation au taux d'intérêt mondial) sans sacrifier sa consommation. Si au contraire le revenu à la première période est élevé, la frontière des possibilités de production sera applatie ce qui en retour réduit le taux d'intérêt et incite davantage l'individu à consommer dans le présent. Dans une économie ouverte, l'individu sera encouragé à mieux répartir le revenu permanent entre consommation présente et consommation future et pourra investir en actifs étrangers de façon à élever son revenu et donc sa consommation à la période suivante.

Le deuxième avantage de l'accès au marché mondial des capitaux est qu'à la suite d'une chute temporaire du PIB, le pays a la possibilité de conserver inchangé le niveau de l'investissement tout en évitant une baisse trop forte de sa consommation. En économie fermée, une chute temporaire du PIB diminue l'épargne et augmente le taux d'intérêt ce qui réduit l'investissement et donc la production à la période 2. En économie ouverte, les consommations présente et future baissent moins car : le taux d'intérêt et donc le prix relatif de la consommation présente reste inchangé, et l'investissement et donc la production future ne sont pas modifiés.

2.2 Le modèle à deux périodes en économie fermée et l'équivalence ricardienne

On considère deux segments temporels : la période 1 comportant l'indice 1 et la période 2 comportant l'indice 2. L'économie est celle d'une économie de troc, cad une économie sans monnaie, où les biens s'échangent contre d'autres biens. L'économie est constituée de deux types d'agents : les ménages et le gouvernement.

2.2.1 Les ménages

On suppose que l'offre de travail est exogène et que les ménages sont dotés d'un revenu Y_1 à la période 1 et d'un revenu Y_2 à la période 2. L'individu va choisir la consommation présente C_1 et la consomation future C_2 de façon à obtenir le bien-être le plus élevé. Ce bien-être est mesurée par l'utilité du fait de la consommation à la période 1 et de l'utilité du fait de la consommation à la période 2 qui est exprimée en unités de consommation à la période 1 par le biais du facteur d'actualisation $\frac{1}{1+\delta}$. L'utilité intertemporelle s'écrit donc :

$$\Lambda = U\left(C_1\right) + \frac{1}{1+\delta} U\left(C_2\right). \tag{2.1}$$

Le paramètre δ est le taux d'actualisation subjectif de l'individu. Il mesure le degré d'impatience de l'agent économique : plus le paramètre δ est élevé, moins le futur prend de l'importance (cad $\frac{1}{1+\delta}$ prend une valeur faible). Parallèlement à sa dotation, l'individu dispose également d'actifs financiers. On suppose que l'individu disposait à la fin de la période 0 d'un montant d'actifs A_0. En notant r le taux d'intérêt réel, l'individu reçoit un paiement d'intérêt équivalent à rA_0 à la période 1. Comme l'Etat doit assurer le financement des dépenses publiques, il prélève un impôt qui est proportionnel à la dotation. Le taux d'imposition est noté t_i avec $i = 1, 2$. Les contraintes budgétaires des ménages s'écrivent donc de la façon suivante :

$$A_1 = (1+r)\, A_0 + (1-t_1)\, Y_1 - C_1, \tag{2.2a}$$

$$A_2 = (1+r)\, A_1 + (1-t_2)\, Y_2 - C_2 = 0. \tag{2.2b}$$

Le terme de droite de la contrainte budgétaire (2.2a), $rA_0 + (1-t_1)\, Y_1$, représente le revenu disponible de l'individu composé des intérêts sur la richesse initiale plus le revenu après impôt. L'individu va consommer une partie de ce revenu disponible et conserver le reste sous la forme de richesse financière. L'épargne est représentée par l'accroissement de richesse financière $A_1 - A_0$. A la période 1, l'individu détient la richesse financière A_1 plus les intérêts auquel s'ajoute le revenu disponible. A la différence de la période 1, il consacre la totalité de son revenu disponible à la consommation, ce qui revient à poser $A_2 = 0$. Il y a deux raisons à cela. D'abord, personne ne prêtera à un individu qui ne pourra pas rembourser ses dettes une fois décédé ($A_2 \geq 0$) et l'individu ne souhaitera pas non plus décéder avec un montant positif d'actifs positifs ($A_2 \leq 0$) en supposant l'absence d'héritage. Les deux contraintes budgétaires (2.2a)-(2.2b) peuvent être réduites à une seule **contrainte budgétaire intertemporelle**. A cette fin, on élimine A_1 de l'équation (2.2a) en utilisant (2.2b). De manière formelle, l'équation (2.2b) peut être réécrite de la façon suivante :

$$A_1 = \frac{C_2 - (1 - t_2) Y_2}{1 + r} = (1 + r) A_0 + (1 - t_1) Y_1 - C_1.$$

En isolant les quantités consommées dans le membre de gauche, l'égalité ci-dessus peut être réécrite sous la forme d'une contrainte budgétaire intertemporelle :

$$C_1 + \frac{C_2}{1 + r} = (1 + r) A_0 + H \equiv \Omega. \tag{2.3}$$

où on note la richesse non financière H qui est définie comme la somme des dotations à la période 1 et la période 2, cette somme étant exprimée en unités de biens de la période 1 :

$$H \equiv (1 - t_1) Y_1 + \frac{(1 - t_2) Y_2}{1 + r}. \tag{2.4}$$

La contrainte budgétaire intertemporelle (2.3) signifie simplement que la valeur présente des dépenses de consommation ne doit pas excéder la richesse totale Ω définie comme la somme des revenus d'intérêt du fait de la détention d'un montant initial d'actifs financiers $(1 + r) A_0$ et de la richesse non financière H. Le terme $(1 + r) A_0 + H$ représente la richesse financière initiale avec les revenus d'intérêt plus la somme actualisée des flux de revenu.

2.2.2 Le gouvernement

Le deuxième agent économique constituant l'économie est le gouvernement. On note G_1 et G_2 les dépenses publiques à la période 1 et à la période 2. De la même façon que l'individu, le gouvernement peut emprunter (ou prêter) au taux d'intérêt réel r. On note B_i la dette du gouvernement à la période $i = 0, 1, 2$. On suppose par ailleurs que le gouvernement 'hérite' d'une dette initiale notée B_0 et que le gouvernement n'a pas la possibilité de répudier sa dette ce qui est pris en compte par le fait que $B_2 = 0$. Comme l'Etat peut emprunter à la période 1 un montant B_1, il pourra financer un déficit budgétaire éventuel noté D_1 dont la contrepartie est un accroissement de la dette publique :

$$D_1 \equiv rB_0 + G_1 - t_1 Y_1 = B_1 - B_0, \tag{2.5a}$$
$$D_2 \equiv rB_1 + G_2 - t_2 Y_2 = B_2 - B_1 = -B_1. \tag{2.5b}$$

De la même façon que pour les ménages, les deux contraintes de l'Etat peuvent être réduites à une seule en éliminant la dette B_1 de (2.5a) en utilisant la contrainte (2.5b) :

$$B_1 = \frac{t_2 Y_2 - G_2}{1 + r} = (1 + r) B_0 + G_1 - t_1 Y_1.$$

En isolant les dépenses dans le membre de gauche ainsi que la dette et les intérêts dus, la contrainte budgétaire intertemporelle de l'Etat qui s'écrit de la façon suivante :

$$(1 + r) B_0 + G_1 + \frac{G_2}{1 + r} = t_1 Y_1 + \frac{t_2 Y_2}{1 + r}. \tag{2.6}$$

indique que les dépenses ne peuvent excéder la valeur présente des recettes fiscales représentées par le membre de droite de (2.6).

2.2.3 Le choix intertemporel de manière analytique

Avant de démontrer l'équivalence ricardienne, nous allons rappeler le principe du choix intertemporel et ses déterminants. On suppose que l'utilité à chaque période est de type logarithmique :

$$U\left(C_i\right) = \ln\left(C_i\right). \tag{2.7}$$

Le ménage choisit les niveaux de consommation de façon à obtenir l'utilité intertemporelle Λ décrite par (2.1) la plus élevée possible tout en respectant sa contrainte budgétaire. Une première façon de déterminer les consommations optimales est de substituer la contrainte budgétaire intertemporelle (2.3) dans l'utilité de la période 2 :

$$U\left(C_2\right) = \ln\left[\left(1+r\right)\left(\Omega - C_1\right)\right]. \tag{2.8}$$

De cette façon, le problème de maximisation d'utilité intertemporelle est réduit à une seule variable C_1, les autres variables étant des paramètres exogènes. En dérivant l'utilité intertemporelle $\Lambda = \ln(C_1) + \frac{\ln(C_2)}{1+\delta}$ par rapport à C_1 en ayant substitué au préalable (2.8), on obtient le choix (intertemporel) optimal de la consommation :

$$\frac{1}{C_1} - \frac{1+r}{1+\delta} . \frac{1}{C_2} = 0.$$

Le premier terme du membre de gauche de l'égalité ci-dessus représente l'effet sur l'utilité présente d'une unité supplémentaire de consommation présente. En consommant une unité supplémentaire, on épargne une unité en moins ce qui diminue le revenu à la période 2 en valeur présente de $\frac{1+r}{1+\delta}$ et donc réduit l'utilité de la période 2. Cette égalité peut être réécrite de façon à faire apparaître le profil intertemporel de la consommation permettant d'obtenir l'utilité intertemporelle la plus élevée possible :

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1+r}{1+\delta}. \tag{2.9}$$

Le choix intertemporel de consommation décrit par (2.9) indique que lorque $r = \delta$, l'individu choisit une consommation identique aux deux périodes. Lorsque $r > \delta$, l'individu choisira $C_2 > C_1$. Pour interpréter ce résultat, il est utile de revenir au principe du choix microéconomique à l'aide d'une représentation graphique.

2.2.4 L'interprétation du choix intertemporel

D'une manière générale, l'individu choisit son niveau de consommation, c'est-à-dire la quantité demandée d'un bien, en égalisant l'avantage marginal avec le prix d'un bien. L'avantage marginal représente l'utilité supplémentaire que l'on retire de la consommation d'un bien. Cet avantage marginal est décroissant du fait de notre penchant pour la variété. Plus nous consommons d'un bien, plus nous envisageons de consommer d'autres biens qui pourraient aussi nous plaire. L'avantage marginal permet donc de mesurer la somme maximum que l'on est prêt à payer pour acquérir un bien appelé consentement à payer.

En présence de deux biens, le choix de la quantité relative C_2/C_1 est déterminé en égalisant les rapports des avantages marginaux au rapport des prix. Dans notre cadre d'analyse, le prix est intertemporel et est égal à $1 + r$ qui est le prix de la consommation présente en termes de

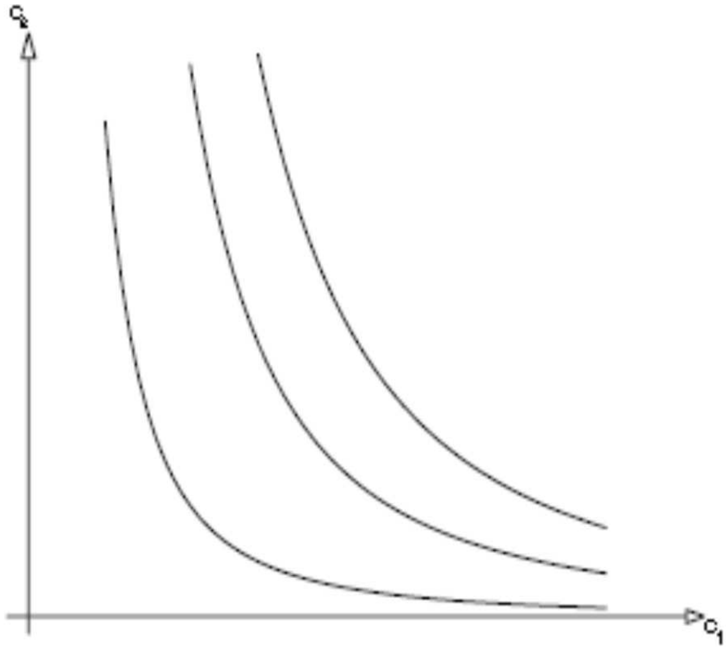

FIG. 2.1 – La courbe d'indifférence dans un modèle à deux périodes - Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2014) International Macroeconomics, Chapter 3

consommation future, cad la quantité de biens C_2 à laquelle on renonce lorsque l'on consomme une unité supplémentaire de C_1. Ce choix microéconomique implique que $\frac{Am_1}{Am_2}$ ce qui s'écrit :

$$\frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{1}{C_2}\frac{1}{1+\delta}} = \frac{C_2}{C_1}(1+\delta) = 1+r. \tag{2.10}$$

Le terme de gauche représente le taux marginal de substitution intertemporelle qui indique la quantité de C_2 que l'on est prêt à sacrifier pour consommer une unité supplémentaire de C_1. Pour le voir, la pente de la courbe d'indifférence dans le plan (C_1, C_2) est obtenue en différentiant totalement le bien-être intertemporel Λ :

$$\begin{aligned} d\Lambda &= \frac{\partial \Lambda}{\partial C_1}.dC_1 + \frac{\partial \Lambda}{\partial C_2}.dC_2, \\ &= \mathrm{Am}_1 .dC_1 + \mathrm{Am}_2 .dC_2. \end{aligned}$$

En annulant la dérivée totale puisque l'on se situe le long de la même courbe de bien-être total, on obtient :

$$-\frac{dC_2}{dC_1} = \frac{Am_1}{Am_2} = \text{TMS intertemporel.}$$

A mesure que l'on consomme davantage de C_1, le TMS intertemporel diminue en raison de notre préférence pour la variété. C'est ce que montre la Figure 2.1. Lorsque le TMS intertemporelle coïncide avec le prix relatif intertemporel $1+r$, le choix C_1/C_2 permet d'atteindre l'utilité intertemporelle Λ la plus élevée possible comme l'illustre la Figure 2.2. Pour le comprendre, il faut garder à l'esprit que le TMS intertemporel indique le prix relatif maximum que l'on est prêt à payer pour une unité de consommation présente supplémentaire. Lorsque ce prix relatif maximum est juste égal au prix que l'on doit débourser, l'arbitrage entre consommation présente et consommation future est optimal.

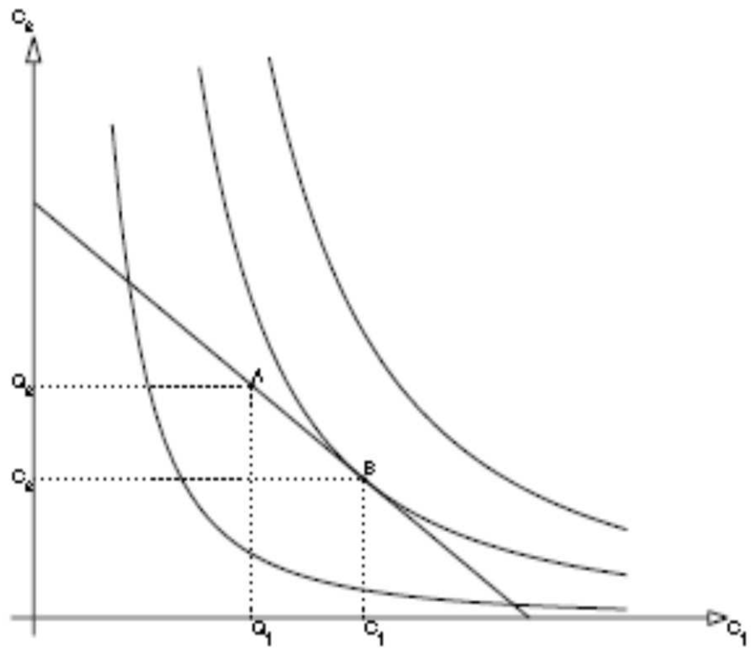

FIG. 2.2 – Le choix optimal de consommation dans un modèle à deux périodes - Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2014) International Macroeconomics, Chapter 3

2.2.5 Le taux de préférence pour le présent

Les individus sont différents et donc disposent de prix relatifs maximum à payer la consommation présente qui varient entre les agents. Comme le TMS intertemporel varie avec la consommation, pour comparer les préférences d'un individu à l'autre, il faut se fixer une norme arbitraire. Cette norme est la bissectrice le long de laquelle les consommations présente et future sont identiques.

Plus le TMS intertemporel est élevé, plus l'individu est prêt à sacrifier une quantité importante de consommation future pour consommer dans le présent : cela traduit un attrait important pour le présent. La pente de la courbe d'indifférence le long d'un sentier constant de consommation $C_1 = C_2$ est égale à $1+\rho$ avec ρ le taux de préférence pour le présent. La pente est toujours au moins égale à 1 car pour l'individu, 1 euro dans un an vaut toujours moins ou est égal à un euro dans un an, c'est-à-dire $1 \geq \frac{1}{1+\rho}$. Ce taux de préférence pour le présent mesure donc (en ajoutant 1) le taux marginal de substitution intertemporelle le long de la bissectrice. Lorsqu'il est positif, cela signifie que l'individu est prêt à sacrifier sa consommation future de plus d'une unité pour obtenir une unité supplémentaire de consommation dans le présent. Une courbe d'indifférence très pentue indique que l'individu est prêt à sacrifier une grande quantité de consommation future et donc a une forte préférence pour le présent. Considérons deux courbes : une courbe d'indifférence presque plate et une autre courbe d'indifférence très pentue. Dans le premier cas, la pente de Λ est faible le long de $C_1 = C_2$ alors que dans le deuxième cas, la pente est élevée. En d'autres termes, le **taux de préférence pour le présent mesure le degré avec lequel l'individu est prêt à sacrifier la consommation future à la consommation présente** ou encore le supplément d'utilité obtenu dans le présent en sacrifiant de la consommation future. Ce supplément est élevé lorsque les préférences sont pentues le long d'un sentier constant de consommation.

Le terme $\beta \equiv \frac{1}{1+\delta}$ représente le facteur d'actualisation qui permet de convertir l'utilité de la consommation future en unités de consommation présente. Pour calculer le taux de préférence pour le présent associée à l'utilité intertemporelle (2.2), on utilise sa définition :

$$(1+\rho) = \left.\frac{dU/dC_1}{dU/dC_2}\right|_{C_1=C_2} = \frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{1}{(1+\delta)C_2}} = (1+\delta) = \frac{1}{\beta}. \tag{2.11}$$

Lorsque les préférence sont séparables dans le temps, cad lorsque la consommation présente C_1 n'influence pas l'utilité de la consommation future $\frac{\ln C_2}{1+\delta}$, alors le taux de préférence pour le présent coïncide avec le taux d'escompte physchologique : plus le taux d'escompte psychologique est élevé, plus l'utilité future en valeur présente est faible, plus l'individu a une préférence pour le présent.

2.2.6 L'élasticité de substitution intertemporelle

Nous allons maintenant nous intéresser à un deuxième concept également lié aux préférences de l'individu mais qui mesure la volonté de l'individu de substituer sa consommation dans le temps. D'une manière générale, le programme de maximisation s'écrit :

$$\max_{C_1} \Lambda \left\{C_1, (1+r)\left(\Omega - C_1\right)\right\}.$$

La condition du premier ordre s'écrit :

$$U'(C_1) = (1+r)\ .\frac{U'(C_2)}{1+\delta}, \quad \frac{U'(C_1)}{U'(C_2)}\ .(1+\delta) = (1+r)\,. \tag{2.12}$$

On suppose que la fonction d'utilité intertemporelle s'écrit de la façon suivante :

$$\Lambda \equiv \frac{\left(C_1\right)^{1-\frac{1}{\sigma_C}}}{1-\frac{1}{\sigma_C}} + \left(\frac{1}{1+\delta}\right)\frac{\left(C_2\right)^{1-\frac{1}{\sigma_C}}}{1-\frac{1}{\sigma_C}},$$

La condition du premier ordre (2.12) peut s'écrire comme l'égalité entre le TMS intertemporel et le prix relatif de la consommation présente :

$$\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{\sigma_C}}\ .\,(1+\delta) = (1+r)\,. \tag{2.13}$$

La relation (2.13) indique que le taux de préférence pour le présent est identique mais les préférences deviennent davantage convexes à mesure que σ_C s'approche de zéro. Pour le voir, il faut séparer le plan (C_1, C_2) en deux à l'aide de la bissectrice le long de laquelle $\frac{C_2}{C_1} = 1$. A gauche de la bissectrice, c'est-à-dire pour $C_2 > C_1$, des valeurs plus élevées de σ_C conduisent à des valeurs beaucoup plus élevées de $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{\sigma_C}}$. En revanche, à droite de la bissectrice, c'est-à-dire pour $C_2 < C_1$, des valeurs plus élevées de σ_C conduisent à des valeurs beaucoup plus faibles de $\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{\sigma_C}}$. En d'autres termes, des petites variations intertemporelles de la consommation vont provoquer des variations de plus en plus rapides de l'utilité marginale à mesure que σ_C prend des valeurs plus faibles. En revanche, à mesure que σ_C prend des valeurs élevées, les préférences tendent vers une droite linéaire ce qui signifie que les individus sont très enclins à substituer la consommation future à la consommation présente.

De façon à interpréter σ_C de manière économique, on réécrit (2.13) sous la forme du choix optimal d'un profil intertemporel de la consommation :

$$\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{1+r}{1+\delta}\right)^{\sigma_C}. \tag{2.14}$$

En appliquant le logarithme à (2.14) puis en différentiant, on trouve que le paramètre σ_C mesure l'effet d'une hausse de 1 point de pourcentage du taux d'intérêt sur la variation de la consommation en % au cours du temps :

$$d\ln\left(\frac{C_2}{C_1}\right) = \sigma_C \,.d\ln(1+r)\,. \tag{2.15}$$

L'interprétation de σ_C est plus aisée lorsque l'on se réfère au degré de courbure. L'élasticité de substitution intertemporelle est égale à l'inverse du degré de courbure de l'utilité noté ϵ_C :

$$\frac{1}{\sigma_C} = \epsilon_C, \tag{2.16}$$

Le degré de courbure mesure la baisse de l'utilité marginale en % lorsque la consommation augmente de 1% :

$$\epsilon_C = -\frac{\partial U'}{\partial C}.\frac{C}{U'} = \frac{1}{\sigma_C}.\frac{U'}{C}.\frac{C}{U'} = \frac{1}{\sigma_C}. \tag{2.17}$$

Alors que le taux de préférence pour le présent contrôle le poids relatif de l'utilité apportée par la consommation présente relativement à l'utilité apportée par la consommation future et déterminera (avec le revenu) si l'individu est prêteur ou emprunteur, l'élasticité de substitution intertemporelle mesure l'intensité du désir de lissage de la consommation au cours du temps. L'étendue avec laquelle l'individu est prêt à substituer la consommation future à la consommation présente dépend du courbure de l'utilité car ce degré de courbure va indique le supplément d'utilité lorsque l'individu consomme davantage dans le futur et la perte d'utilité entraînée par la baisse de la consommation présente. Plus le degré de courbure est faible, plus l'utilité se rapproche d'une droite linéaire (la courbe d'indifférence a un TMS intertemporel presque constant), plus l'individu sera prêt à substituer la consommation future à la consommation présente lorsque le taux d'intérêt s'élève. Lorsque l'utilité est fortement concave, le degré de courbure est élevé, et donc le paramètre σ_C est bas : baisser la consommation présente C_1 pour augmenter la consommation future C_2 est très coûteux en termes d'utilité. La raison est que le gain d'utilité apporté par la consommation supplémentaire d'unités dans le futur est faible par rapport à la perte d'utilité dans le présent : l'utilité marginale décroît rapidement, cad la vitesse avec laquelle U' décroît (en valeur absolue $-U'' > 0$) est élevée.

2.2.7 L'épargne

2.2.7.1 Cas $\sigma_C = 1$ et $Y_2 > 0$: le rôle du taux de préférence pour le présent

On suppose à nouveau que l'utilité est logarithmique $\ln(C_i)$ à chaque date $i = 1, 2$. On pose $A_0 = 0$, $t_1 = t_2 = 0$, dans les contraintes budgéraires initiales et on note $S = A_1$ l'épargne :

$$\begin{aligned} C_1 + S &= Y_1, \\ C_2 &= (1+r)\,S + Y_2. \end{aligned}$$

Le choix de l'individu de prêter, $S > 0$, ou d'emprunter, $S < 0$, à la première période dépend à la fois de son taux de préférence pour le présent $\rho = \delta$ et du revenu obtenu à la première période Y_1. Pour isoler l'effet du taux de préférence pour le présent, il est nécessaire de supposer que $Y_2 > 0$ car sinon, il sera toujours prêteur, n'ayant aucun revenu à la période 2 ; il faut également supposer que $Y_1 = Y_2 = Y$ (le revenu se trouve le long de la bissectrice) et que la fonction d'utilité est logarithmique. Dans ce cas, la consommation à la première période est égale à :

$$C_1 = \frac{1+\delta}{2+\delta}.\Omega = \frac{1+\delta}{2+\delta}.\frac{2+r}{1+r}.Y,$$

ce qui implique une épargne :

$$S = \frac{r-\delta}{(2+\delta)\times(1+r)}Y.$$

Si $\delta > r$, alors l'individu sera emprunteur à la période 1, cad $S < 0$: la pente de la courbe d'indifférence le long de la bissectrice est supérieure à celle de la contrainte budgétaire, cad $1+\rho > 1+r$ avec $\rho = \delta$. Lorsque $r = \delta$, l'épargne est nulle et l'individu consomme son revenu à chaque période : on se situe le long de la bissectrice où la pente de la courbe d'indifférence $1+\rho = 1+\delta$ est égale à la pente de la contrainte budgétaire $1+r$. Lorsque $Y_1 < Y$, si $r = \delta = \rho$, l'individu sera emprunteur à la première période.

2.2.7.2 Cas : $Y_2 = 0$ et $\sigma_C \neq 1$

Lorsque $Y_2 = 0$, l'individu est toujours prêteur (car il n'a que l'épargne pour consommer dans le futur). Dans ce cas, une hausse du taux d'intérêt exerce deux effets de sens opposé. On pose $\delta = 0$ pour simplifier. En utilisant (2.14), on obtient :

$$\left(\frac{S.(1+r)}{Y_1 - S}\right) = (1+r)^{\sigma_C} \tag{2.18}$$

ou encore

$$S = (1+r)^{\sigma_C - 1}.(Y_1 - S), \tag{2.19}$$

et en isolant l'épargne

$$S = \frac{(1+r)^{\sigma_C - 1}}{1+(1+r)^{\sigma - 1}}.Y_1. \tag{2.20}$$

L'épargne est croissante avec r si $\sigma_C > 1$. Une hausse du taux d'intérêt engendre :

1. un **effet substitution** qui un exerce un effet négatif sur la consommation présente en élevant son prix relatif $1+r$.
2. un **effet revenu** qui un exerce un effet positif sur la consommation présente et donc négatif sur l'épargne. Cet effet se manifeste par le fait que le revenu à la deuxième période en termes réels $S(1+r)$ est une fonction croissante du taux d'intérêt si $S > 0$ (prêteur) ce qui est toujours le cas sous nos hypothèses car l'individu est contraint d'épargner pour consommer à la période 2.

2.2.7.3 Cas général : $\sigma_C \neq 1$ et $Y_2 > 0$

On analyse maintenant l'effet du taux d'intérêt sur le choix d'épargne en considérant le cas général. Si $Y_2 > 0$,l'individu peut être prêteur ou emprunteur. En examinant la condition du premier ordre (2.14), $\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{1+r}{1+\delta}\right)^{\sigma_C}$, et la contrainte budgétaire à la deuxième période donnée par (2.2b), c'est-à-dire $C_2 = (1+r)A_1 + Y_2$, on conclue qu'une hausse du taux d'intérêt réel engendrer deux effets qui peuvent agir en sens contraire sur le choix du profil de consommation :

1. un **effet substitution** qui un exerce un effet négatif sur la consommation présente en élevant son prix relatif $1+r$;

2. un **effet revenu** qui exerce un effet positif sur la consommation présente lorsque l'individu est un prêteur (cela est le cas si il a un revenu Y important à la première période et/ou s'il est relativement patient ce qui sera reflété par un facteur d'actualisation faible ce qui traduit une préférence pour le présent basse) et un effet négatif sur la consommation présente s'il est emprunteur. Cet effet se manifeste par le fait que le revenu à la deuxième période en termes réels $S(1+r)$ est une fonction croissante du taux d'intérêt si $S > 0$ (prêteur) ou une fonction décroissante du taux d'intérêt s'il est emprunteur si $S < 0$.

Lorsque l'individu est emprunteur, une hausse du taux d'intérêt encourage l'individu à réduire sa consommation présente et à élever son épargne (ou plutôt à réduire à son endettement, cad S devient moins négatif).

Si $\sigma_C = 1$, une hausse du taux d'intérêt est sans effet sur l'épargne à condition que $Y_2 = 0$. Lorsque $Y_2 > 0$, il est nécessaire de prendre en compte une troisième équation qui est la contrainte de budget intertemporelle s'écrivant de la façon suivante :

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}.$$

Que l'individu soit prêteur ou emprunteur, une hausse du taux d'intérêt réduit la valeur présente du revenu à la deuxième période $\frac{Y_2}{1+r}$: l'épargne augmente même si $\sigma_C = 1$ en raison de cet **effet richesse non financière** (négatif) qui vient affaiblir l'effet revenu (positif) lorsque l'individu est prêteur.

Pour décomposer les trois effets de manière analytique, nous procédons en deux étapes. D'abord, il est nécessaire de différentier totalement l'éq. (2.13) :

$$\frac{dC_2}{C_2} = \sigma_C \, .d\ln(1+r) + \frac{dC_1}{C_1}. \tag{2.21}$$

Puis dans une deuxième étape, on différentie totalement la contrainte budgétaire intertemporelle $C_1 = \Omega - \frac{C_2}{1+r}$:

$$dC_1 = d\Omega - \frac{C_2}{1+r}\frac{dC_2}{C_2} + \frac{C_2}{1+r}\frac{d(1+r)}{1+r}, \tag{2.22}$$

où $\frac{d(1+r)}{1+r} = d\ln(1+r)$. En substituant (2.21) dans (2.22), on obtient la variation de la consommation à la période 1 :

$$dC_1 = d\Omega - \frac{C_2}{1+r}\frac{dC_1}{C_1} + \frac{C_2}{1+r}(1-\sigma_C)\frac{d(1+r)}{1+r}.$$

En réarrangeant les termes et en utilisant le fait que $C_1 + \frac{C_2}{1+r} = \Omega$, on obtient la variation de la consommation à la période 1 en fonction de la variation de la richesse et du taux d'intérêt :

$$\frac{dC_1}{C_1} = \frac{d\Omega}{\Omega} + \frac{\Omega - C_1}{\Omega}(1-\sigma_C)\frac{d(1+r)}{1+r} \tag{2.23}$$

où on a utilisé le fait que $\frac{C_2}{1+r} = \Omega - C_1$.

En posant $A_0 = 0$, $t_1 = t_2 = 0$, l'épargne est simplement égale à la part du revenu Y_1 qui n'est pas consommée C_1. En différentiant $S = Y_1 - C_1$, on obtient :

$$dS = dY_1 - C_1\frac{d\Omega}{\Omega} - C_1\frac{\Omega - C_1}{\Omega}(1-\sigma_C)\frac{d(1+r)}{1+r}. \tag{2.24}$$

La variation de l'épargne est composée de trois termes : i) la variation du revenu à la première période, ii) la variation du revenu à la deuxième période, iii) la variation du taux d'intérêt.

Comme l'indique le troisième terme, l'effet revenu l'emporte sur l'effet-substitution lorsque $\sigma_C < 1$; dans ce cas, l'individu est peu enclin à substituer la consommation future à la consommation présente. Lorsque l'on considère des préférences logarithmiques, $\sigma_C = 1$ de telle sorte que le troisième terme de (2.24) disparaît. Pourtant, nous avons vu qu'une hausse du taux d'intérêt diminuait l'épargne. La raison est que la variation du revenu permanent se décompose lui-même en trois termes :

$$d\Omega = dY_1 + \frac{Y_2}{1+r}\frac{dY_2}{Y_2} - \frac{Y_2}{1+r}\frac{d(1+r)}{1+r}. \tag{2.25}$$

Le troisième terme montre qu'une hausse du taux d'intérêt réduit également la valeur actualisée des revenus ce qui en retour conduit l'individu à réduire sa consommation à la période 1 comme il est moins riche en valeur présente. Puisque le revenu à la période 1 est inchangé, il est conduit à épargner davantage : S augmente.

En substituant (2.25) dans (2.24), on obtient la variation de l'épargne en fonction de la variation du revenu courant Y_1, du revenu futur Y_2 et du taux d'intérêt r :

$$\begin{aligned} dS &= \left(\frac{\Omega - C_1}{\Omega}\right) dY_1 - \frac{C_1}{\Omega}\frac{Y_2}{1+r}\frac{dY_2}{Y_2} \\ &- \frac{C_1}{\Omega}\left(\Omega - \frac{Y_2}{1+r} - C_1\right) d\ln(1+r) \\ &+ \frac{C_1}{\Omega}(\Omega - C_1)\,\sigma_C d\ln(1+r). \end{aligned} \tag{2.26}$$

Cette expression décompose la variation de l'épargne en deux effets (au lieu de trois) traditionnels. Comme $\Omega - \frac{Y_2}{1+r} - C_1 = Y_1 - C_1 = S$, une hausse du taux d'intérêt exerce un effet négatif sur l'épargne lorsque l'individu est initialement prêteur, c'est-à-dire lorsque $S > 0$.

Une hausse de Y_1 élève l'épargne d'un montant $dS = \left(\frac{\Omega - C_1}{\Omega}\right) dY_1 > 0$. En revanche, une hausse de Y_2 réduit sans ambigüité l'épargne. En conclusion, l'épargne dépend de trois variables dans un modèle sans taxe :

$$S = S\left(\underbrace{Y_1}_{(+)}, \underbrace{Y_2}_{(-)}, \underbrace{r}_{(?)}\right). \tag{2.27}$$

Lorsque $\sigma_C = 1$, l'épargne augmente lorsque le taux d'intérêt s'élève en raison de la baisse de la richesse.

2.2.8 La neutralité des outils de financement des dépenses publiques

Nous revenons au problème qui nous intéresse : est-ce qu'une politique de relance (baisse d'impôt financée par la dette publique) élève la consommation des ménages. L'équivalence ricardienne établit que cette hausse du revenu disponible ne les poussera pas à consommer si les agents économiques se comportent de manière rationnelle, mais plutôt à épargner, en prévision de hausses d'impôts futures. En d'autre termes, il y équivalence entre l'augmentation de la dette publique aujourd'hui et l'augmentation des impôts requise demain pour le remboursement de cette dette et le paiement des intérêts. Une autre implication de l'équivalence ricardienne est la suivante : une hausse des dépenses publiques, financée par impôt ou dette publique aboutit au même résultat : qu'on finance l'accroissement des dépenses publiques maintenant ou plus tard, cela revient au même dans la théorie du revenu permanent.

Une première façon de démontrer le résultat de l'équivalence ricardienne est de réécrire la contrainte budgétaire intertemporelle des ménages en utilisant celle de l'Etat et de montrer que la contrainte budgétaire intertemporelle des ménages est indépendante des paramètres d'imposition t_i. Avant de procéder à cette réécriture, il convient de noter qu'il existe un seul actif financier dans l'économie : les obligations publiques émises par l'Etat pour financer son déficit public. Par conséquent la dette de l'Etat B_i à la période i a pour contrepartie la détention d'actifs par les ménages A_i ce qui est résumé par l'égalité suivante (selon laquelle les actifs sont égaux aux engagements) :

$$A_i = B_i, \quad i = 0, 1, 2. \tag{2.28}$$

En utilisant (2.28) qui implique que $A_0 = B_0$ puis en éliminant $(1+r)\,B_0$ de la contrainte budgétaire intertemporelle des ménages en utilisant (2.6), on obtient le résultat de l'équivalence ricardienne :

$$\begin{aligned}
C_1 + \frac{C_2}{1+r} &= (1+r)\,B_0 + (1-t_1)\,Y_1 + \frac{(1-t_2)\,Y_2}{1+r}, \\
&= t_1 Y_1 + \frac{t_2 Y_2}{1+r} - \left[G_1 + \frac{G_2}{1+r}\right] + \left[(1-t_1)\,Y_1 + \frac{(1-t_2)\,Y_2}{1+r}\right], \\
&= Y_1 - G_1 + \frac{Y_2 - G_2}{1+r} \equiv \Omega. \qquad (2.29)
\end{aligned}$$

La contrainte budgétaire intertemporelle (2.29) prend en compte à la fois la contrainte budgétaire intertemporelle des ménages et du gouvernement. Elle montre que seuls les niveaux des dépenses publiques affectent la richesse nette des ménages. En d'autres termes, comme la contrainte budgétaire intertemporelle des ménages ne dépend pas des taux d'imposition t_i ou de la dette publique, la façon dont le gouvernement finance ses dépenses publiques G_i n'a aucun effet réel sur les niveaux de consommation. Mais évidemment une hausse des dépenses publiques va modifier les choix de consommation ; mais que cette hausse de G_i soit financée par un accroissement des taux d'imposition ou une augmentation de la dette publique, l'effet sur la consommation sera identique.

2.2.9 Le résultat de l'équivalence ricardienne

Il s'agit maintenant de démontrer le résultat de l'équivalence ricardienne. A cette fin, nous devons d'abord déterminer les niveaux de consommation en substituant (2.9) dans la contrainte budgétaire intertemporelle (2.29). En substituant $C_2 = C_1 \frac{1+r}{1+\rho}$ dans (2.29), on obtient :

$$\begin{aligned}
& C_1 + \frac{C_2}{1+r} = \Omega, \\
\Leftrightarrow \quad & C_1 + \frac{C_1}{1+\rho} = \Omega.
\end{aligned}$$

En réarrangeant les termes, les niveaux de consommation de la période 1 et 2 sont fonction de la richesse nette intertemporelle des ménages :

$$C_1 = \left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right)\Omega, \quad C_2 = \left(\frac{1+r}{2+\rho}\right)\Omega. \tag{2.30}$$

Les consommations optimales sont indépendantes des taux d'imposition car les ménages comprennent très bien que ce qui importe, c'ets le niveau des dépenses publiques. Si les dépenses publiques ne varient pas, toute modification du taux d'imposition implique une réallocation intertemporelle du fardeau fiscal.

Pour comprendre comment les ménages s'ajustent à une modification de l'impôt, il faut s'intéresser au comportement d'épargne des ménages. L'épargne des ménages à la période 1 notée S_1 est un flux correspondant à la variation de la détention d'actifs financiers $S_1 \equiv A_1 - A_0$; l'éq. (2.2a) implique que l'épargne est égale à la part du revenu disponible qui n'est pas consommée, le revenu disponible étant composé des revenus d'intérêts et de la dotation net d'impôt et auquel on retranche la consommation, cad $rA_0 + (1 - t_1) Y_1 - C_1$. En substituant la consommation optimale donnée par (2.30), on trouve que l'épargne optimale est influencée par le taux d'imposition :

$$S_1 = rA_0 + (1 - t_1) Y_1 - \left(\frac{1 + \rho}{2 + \rho} \right) \Omega. \tag{2.31}$$

Pour mettre en évidence le résultat de l'équivalence ricardienne, supposons que l'Etat décide de diminuer le taux d'imposition à la période 1, cad $dt_1 < 0$, tout en maintenant constants les niveaux de dépense publique G_1 et G_2. En différentiant l'épargne optimale (2.31) par rapport au taux d'imposition t_1, on trouve que l'épargne augmente :

$$dS_1 = -Y_1 dt_1 > 0. \tag{2.32}$$

Pour comprendre le résultat (2.32), il est nécessaire d'analyser comment varie le taux d'imposition à la période 2 de façon à satisfaire la contrainte budgétaire intertemporelle :

$$Y_1 dt_1 + \left(\frac{Y_2}{1 + r} \right) dt_2 = 0, \quad dt_2 = -\frac{(1 + r) Y_1}{Y_2} dt_1 > 0. \tag{2.33}$$

Comme l'Etat ne baisse pas les dépenses publiques, la diminution du taux d'imposition à la période 1 doit avoir pour contrepartie une hausse du taux d'imposition à la période 2 de façon à satisfaire la contrainte budgétaire intertemporelle de l'Etat. Les ménages anticipent parfaitement la hausse du taux d'imposition dès la période 1 (lorsque $dt_1 < 0$). En d'autres termes, ils anticipent une diminution de leur revenu disponible à la période 2 et donc une réduction de leur consommation future C_2. Toutefois, les consommations optimales (2.30) indiquent que l'individu souhaite consommer une portion constante de la richesse nette Ω indépendemment du niveau des taux d'imposition t_i qui n'influencent pas ces consommations optimales. Pour maintenir inchangé la consommation à la période 2, l'individu va donc épargner le supplément de revenu disponible engendré par la baisse du taux d'imposition $dS_1 = -Y_1 dt_1 > 0$ décrit par (2.32). Ce supplément d'épargne permet de compenser très exactement la baisse de revenu disponible à la période 2 engendrée par la hausse du taux d'imposition $dt_2 = -\frac{(1+r)Y_1}{Y_2} dt_1 > 0$ décrite par (2.33). Pour le voir de manière formelle, il suffit de différentier totalement la contrainte budgétaire à la période 2 (2.2b) :

$$dC_2 = (1 + r) dA_1 - Y_2 dt_2 = - (1 + r) Y_1 dt_1 + Y_2 \frac{(1 + r) Y_1}{Y_2} dt_1 = 0.$$

où $dA_1 = dS_1 = -Y_1 dt_1$ (on utilise le fait que A_0 est prédéterminé ce qui implique que $dA_0 = 0$) et la variation du taux d'imposition à la période 2 décrite par (2.33) a été substituée. Finalement, l'épargne supplémentaire dS_1 compense exactement la baisse du revenu disponible à la période 2, laissant ainsi inchangée la consommation à la période 2. En conclusion, l'individu épargne la totalité du supplément de revenu disponible ce qui donne un revenu à la période 2 égale à $-(1+r)\,Y_1 dt_1 > 0$, de telle sorte que sa consommation à la période 2 est également inchangée.

2.2.10 L'analyse graphique

On peut également interpréter le résultat de l'équivalence ricardienne de manière graphique. Il faut dans un premier temps tracer la contrainte budgétaire intertemporelle $C_1 + \frac{C_2}{1+r} \equiv \Omega$ ansi que l'utilité intertemporelle de l'individu $\Lambda = U(C_1) + \frac{1}{1+\rho} U(C_2) = \ln(C_1) + \frac{1}{1+\rho}\ln(C_2)$. Les pentes de la CBI et de l'utilité intertemporelle sont données par :

$$\begin{aligned} \left.\frac{dC_2}{dC_1}\right|_{\bar{\Lambda}} &= -\frac{(1+\rho)\,U_1}{U_2} = -\frac{(1+\rho)\,C_2}{C_1}, \\ \left.\frac{dC_2}{dC_1}\right|_{\bar{\Omega}} &= -(1+r)\,. \end{aligned} \tag{2.34}$$

Dans le plan (C_1, C_2), nous avons tracé la CBI ainsi que l'utilité intertemporelle sur la Figure 2.3. Les points B et A représentent les abscisse et ordonnée à l'origine obtenues en posant $C_2 = 0$ puis $C_1 = 0$ dans la contrainte budgétaire intertemporelle (2.29). Au point A, $C_1 = \Omega$ et au point B, $C_2 = (1+r)\,\Omega$, avec $Y_1 - G_1 + \frac{Y_2 - G_2}{1+r} \equiv \Omega$.

On détermine d'abord le point de dotation. La dotation initiale au point E_0^Y est celle où l'individu n'épargne pas : il consomme alors $C_1^0 = (1+r)\,B_0 + \left(1 - t_1^0\right) Y_1$ (avec $A_0 = B_0$) à la période 1 et $C_2^0 = \left(1 - t_2^0\right) Y_2$ à la période 2. Mais l'individu va choisir les consommations optimales à la période 1 et à la période 2 de façon à obtenir l'utilité intertemporelle la plus élevée tout en respectant sa contrainte budgétaire. Cela est réalisé au point E^C sur le graphique. A la suite de la diminution du taux d'imposition t_1, l'individu devient plus riche à la période 1 et plus pauvre à la période 2. De manière graphique, si l'individu était myope, il consommerait $C_1^1 = (1+r)\,B_0 + \left(1 - t_1^1\right) Y_1$ à la période 1 et $C_2^1 = \left(1 - t_2^1\right) Y_2$ à la période 2. Toutefois, l'individu n'est pas myope. Comme il souhaite maintenir ses consommations optimales inchangées, l'individu va épargner le supplément de revenu disponible $dB_1 = dS_1 = -Y_1 dt_1$ qui lui permettra de maintenir identique sa consommation à la période 2 à $C_2^\star$. Dans un modèle intertemporel, le rôle de l'épargne est de transférer de la richesse d'une période à l'autre de façon à atteindre les consommations optimales. Plus précisément, l'individu épargne un supplément égal à $dB_1 = -Y_1 dt_1 > 0$ lors de la période 1, ce qui lui permet de faire face à la baisse du revenu disponible $-Y_2 dt_2$ car il obtient $-(1+r)\,Y_1 dt_1 > 0$ avec $Y_2 dt_2 = -(1+r)\,Y_1 dt_1$.

2.2.11 Les déficits jumeaux et l'équivalence ricardienne

Dans cette sous-section, nous allons analyser la pertinence de l'hypothèse des déficits jumeaux selon laquelle un déficit public s'accompagne d'un déficit courant. Cette hypothèse sera évaluée à la fois de manière empirique et de manière théorique en analysant dans quelle mesure on observe une corrélation positive éventuelle entre épargne publique et solde courant, et en comparant les prédictions de l'hypothèse des déficits jumeaux avec celle de l'équivalence Ricardienne.

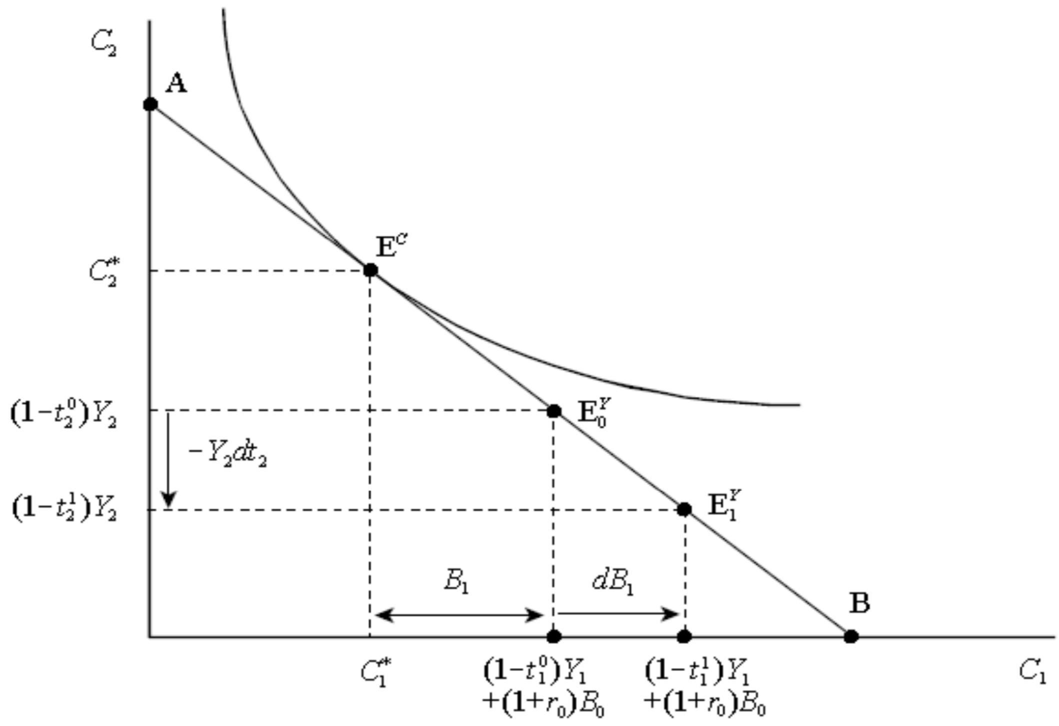

Fig. 2.3 – Modèle à deux périodes et équivalence ricardienne - Source : Chapitre 6, Heijdra (2009) The Foundations of Modern Macroeconomics. Second edition. Oxford University Press.

2.2.11.1 Déficits jumeaux aux Etats-Unis

Comme nous le verrons dans la quatrième et dernière partie de ce chapitre, le solde de la balance courante est égal à l'épargne nationale S moins l'investissement. L'épargne nationale a deux composantes : l'épargne privée et l'épargne publique. A partir de 1982 aux Etats-Unis sous la présidence de Reagan, un déficit courant a commencé à apparaître. L'émergence de ce déficit courant coïncidait avec la politique fiscale expansionniste mise en place sous l'administration Reagan. La Figure 2.4 montre l'évolution des taux marginaux d'imposition pour les revenus les plus élevés. Dès 1982, Reagan réduit à la fois les taux marginaux d'imposition sur les tranches de revenu les plus élevées ainsi que le taux d'impôt des sociétés. Comme le montre la Figure 2.5, il apparaît une forte baisse de l'épargne publique d'environ 125 milliards de dollars environ à partir de 1981. La Figure 2.6 montre que la détérioration des comptes publics reflétée par un déficit public accru s'est accompagnée d'un déficit courant de 150 milliards de dollars. La Figure 2.7 trace l'évolution de l'épargne publique et du solde courant en retranchant la valeur de 1981 aux deux grandeux pour toutes les valeurs sur la période 1977-1985 ce qui permet de comparer leur évolution. Il apparaît nettement que la baisse de l'épargne publique s'accompagne d'un déficit courant du même montant ce qui a conduit à l'émergence de l'hypothèse des déficits jumeaux.

Avant d'évaluer comment la théorie des déficits jumeaux peut être analysée de manière théorique, évaluons d'abord dans quelle mesure cette hypothèse est récurrente au cours du temps aux Etats-Unis à l'aide de la Figure 2.8. Sous l'ère Clinton, le solde courant s'est fortement dégradé alors que les déficits publics se réduisaient : l'épargne publique a augmenté de 7 points de pourcentage entre 1990 et 2000, et la balance courante s'est dégradée de 4 points de pourcentage. A partir de 2008, sous l'administration d'Obama (2008-), le solde

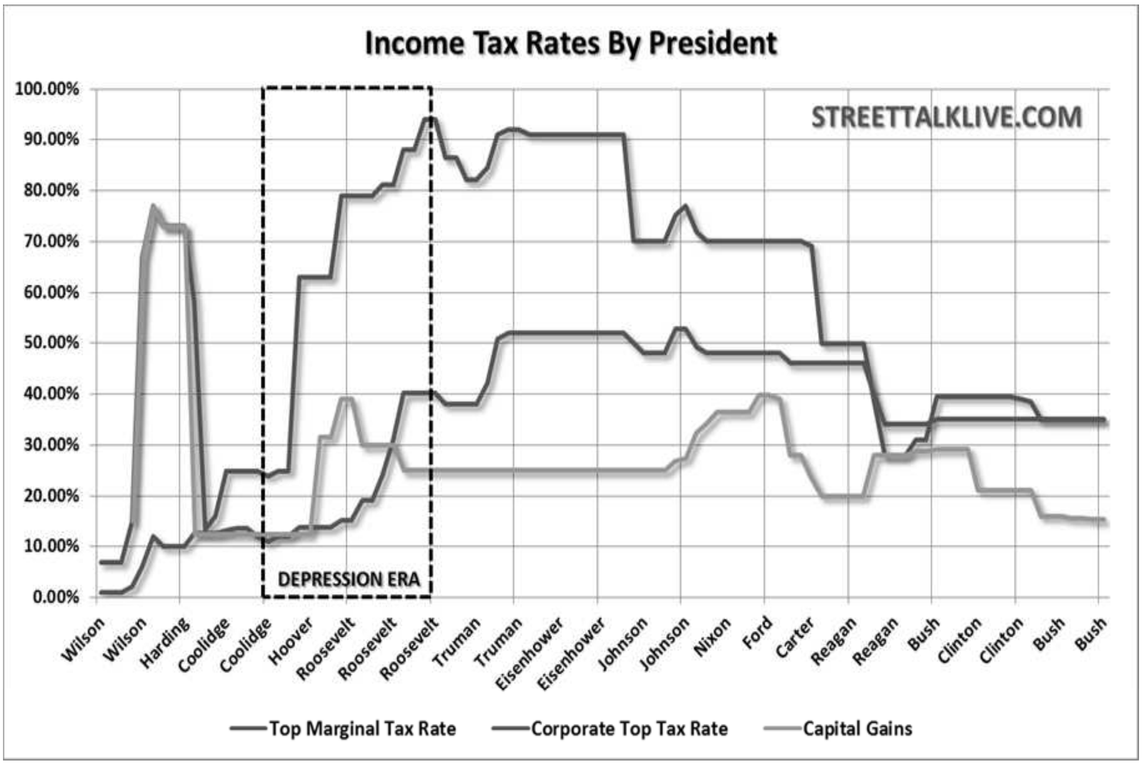

FIG. 2.4 – Evolution des taux marginaux d'imposition aux Etats-Unis. Source : www.taxfoundation.org

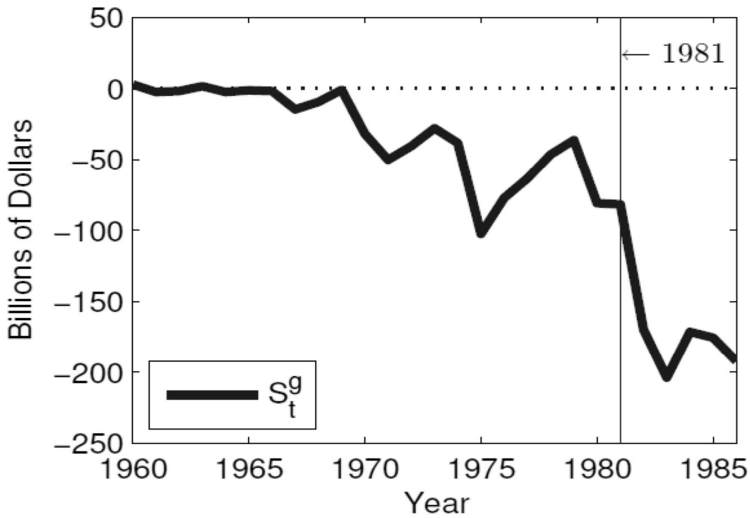

FIG. 2.5 – Evolution de l'épargne publique aux Etats-Unis en milliards de dollars (1960-1985). Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2016) International Macroeconomics, Chapter 7 ('Twin Deficits : Fiscal Deficits and Current Account Imbalances').

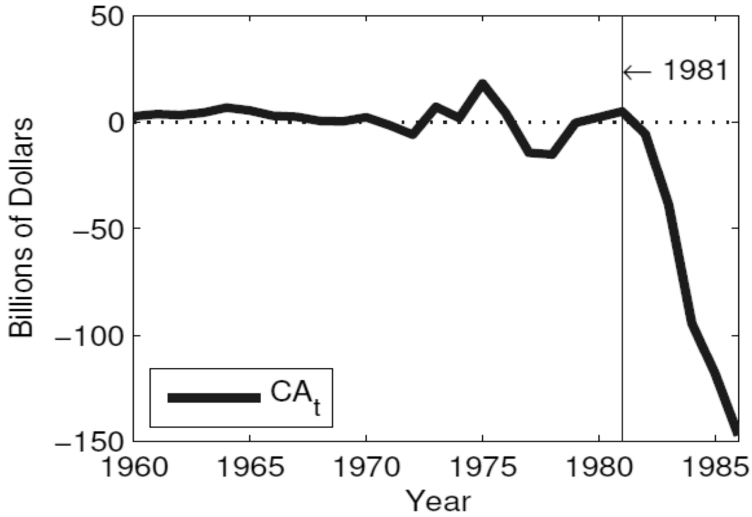

FIG. 2.6 – Solde de la balance courante aux Etats-Unis en millards de dollars (1960-1985). Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2016) International Macroeconomics, Chapter 7 ('Twin Deficits : Fiscal Deficits and Current Account Imbalances').

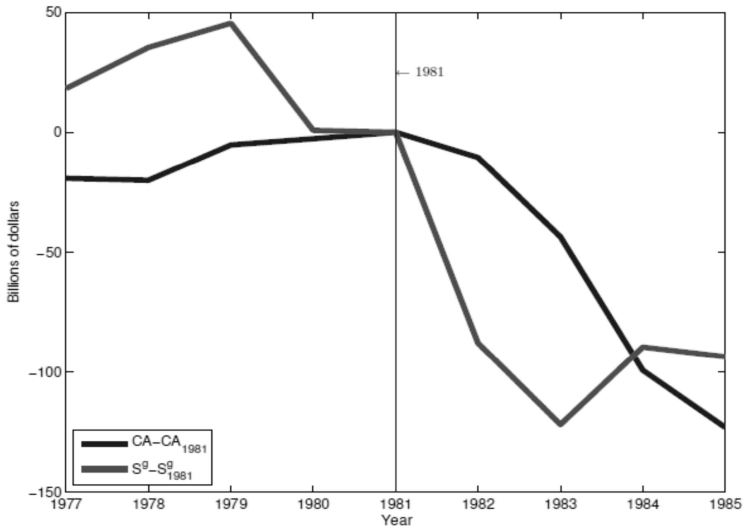

FIG. 2.7 – L'apparition des déficits jumeaux aux Etats-Unis. Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2016) International Macroeconomics, Chapter 7 ('Twin Deficits : Fiscal Deficits and Current Account Imbalances').

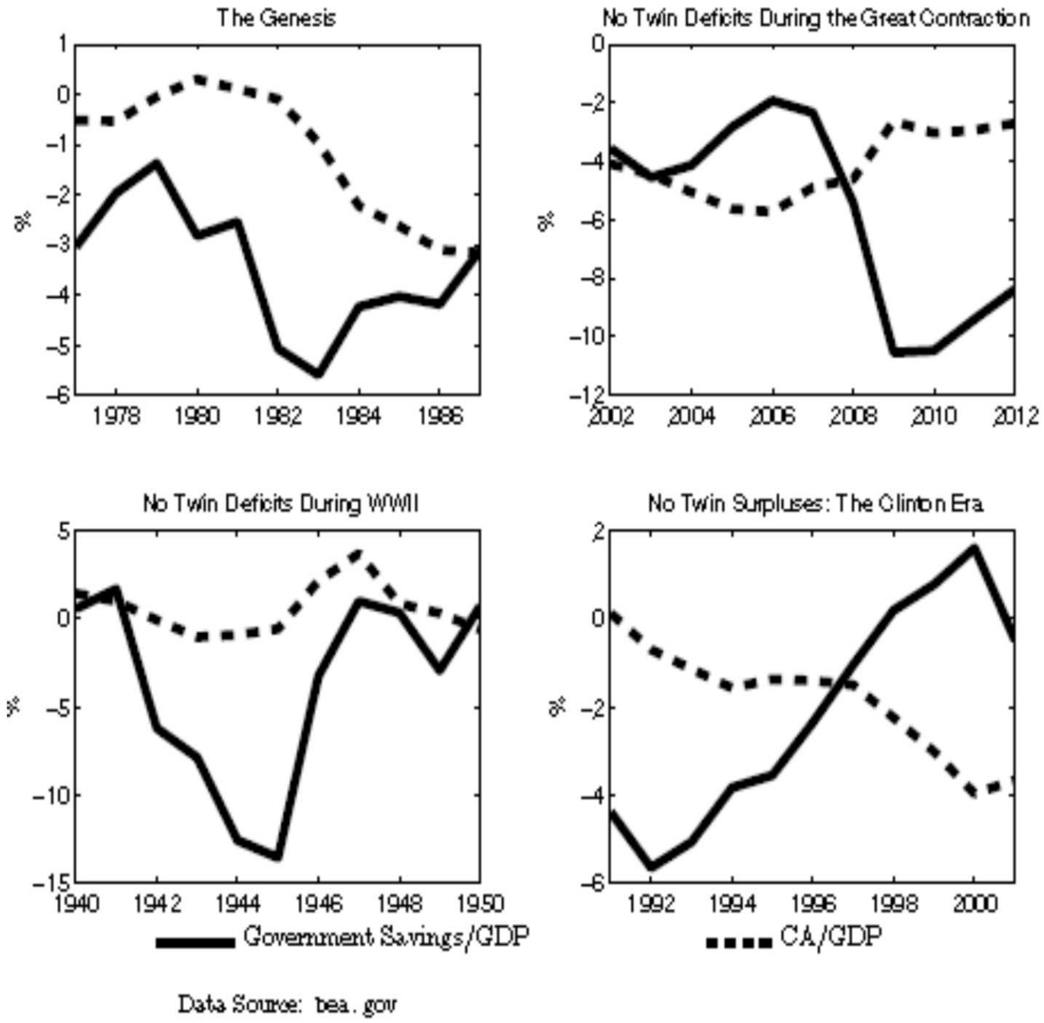

FIG. 2.8 – L'hypothèse des déficits jumeaux : l'exemple des Etats-Unis - Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2014) International Macroeconomics, Chapter 7

courant s'améliore alors qu'il apparaît un déficit public élevé : entre 2007 et 2009, le déficit public s'est accru de 8 points de pourcentage du PIB et la balance courante s'est améliorée de 2.5 points de pourcentage. Lors de la seconde guerre mondiale, il est apparu un déficit public très important sous l'effet de la hausse des dépenses militaires et la balance courante s'est dégradée en passant de 1 point de pourcentage du PIB à -1 point de pourcentage du PIB. En conclusion, il semble à première vue que cette corrélation positive entre déficit public et déficit courant ne soit pas récurrente au cours des différentes périodes. Toutefois, le solde courant n'est pas seulement affecté par les mouvements d'épargne mais également par les variations de l'investissement qui peuvent l'emporter sur les changements d'épargne. Par ailleurs, le solde courant est affecté par les politiques budgétaires mais également par les changements technologiques. Prenons deux exemples pour mieux comprendre :

- Par exemple, le déficit courant américain au cours de l'ère Clinton est engendré jusqu'en 1998 par une forte hausse de l'investissement puis s'amplifie sous l'effet de la diminution de l'épargne des ménages. L'hypothèse des déficits jumeaux prédirait une amélioration du solde courant car cette phase est associée à une réduction du déficit et même l'apparition d'un excédent budgétaire ; toutefois, la forte hausse de la productivité a stimulé l'investissement ce qui a dégradé le solde courant.
- Une politique de relance fiscale, d'après l'hypothèse des déficits jumeaux, réduit l'épargne publique et donc dégrade le solde courant ; mais une politique de relance budgétaire évince également l'investissement ce qui exerce un effet positif sur la balance courante.

Seule l'économétrie sera en mesure de répondre à la question suivante : quel est l'effet d'une hausse du déficit budgétaire sur le solde courant si l'investissement était resté constant ? Toutefois, un calcul simple aboutit à la conclusion que l'ère Clinton tend à remettre en cause l'hypothèse des déficits jumeaux. Alors que la balance courante se dégrade de 4 points de pourcentage entre 1991 et 2000, le aaux d'investissement est passé de 17% à 20% du PIB. Donc si l'investissement était resté inchangé, la balance courante se serait dégradée de 1% du PIB alors que l'hypothèse des déficits jumeaux suggère une hausse de 6% du PIB entraînée par le hausse de l'épargne publique. La seule explication tient à la forte baisse de l'épargné privée des ménages pendant cette période.

D'après l'hypothèse des déficits jumeaux qui est apparue à la fin des années 1980 pour expliquer le déficit courant américain qui s'amplifiait, le déficit de la balance courante a pour origine la baisse de l'épargne publique. Le déficit public à cete période s'explique par la forte baisse des taux d'imposition et la hausse des dépenses militaires. Toutefois, l'équivalence ricardienne vient affaiblir cette relation. L'explication est la suivante. Une baisse des impôts aboutit à un déficit public ce qui réduit l'épargne publique :

$$dS_1^{\text{pub}} = Y_1 dt_1 < 0, \quad dt_1 < 0,$$

et donc exerce un effet négatif sur la balance courante,

$$dCA_1 = dS_1^{\text{pub}} < 0, \quad \text{Si} \quad dS_1^{\text{priv}} = 0.$$

C'est pour cette raison que l'hypothèse des déficits jumeaux conclue à une lien étroit entre déficit public et déficit courant. Toutefois, à travers la théorie de l'équivalence ricardienne, nous avons montré qu'un déficit public qui réduit l'épargne publique de 1 point de pourcentage aboutissait à une hausse de l'épargne privée (des ménages) de 1 point de pourcentage de telle sorte que l'épargne nationale restait inchangée :

$$dS_1^{\text{priv}} = -Y_1 dt_1 = -dS_1^{\text{pub}} > 0, \quad \Rightarrow \quad dCA_1 = 0.$$

Comme l'épargne nationale n'est pas modifiée, l'équivalence ricardienne prédit que le solde courant ne devrait pas être affecté.

Toutefois, l'accroissement du déficit public était également dû sous l'administration Reagan à une hausse temporaire des dépenses publiques. Dans le modèle que nous avons présenté ci-dessus, une hausse des dépenses publiques G_1 tout en maintenant inchangées les dépenses publiques à la période 2 réduit le revenu $Y_1 - G_1$ et conduit les ménages à réduire leur consommation à la période 1 d'un montant

$$dC_1 = \left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right) d\Omega = -\left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right) dG_1 < 0. \tag{2.35}$$

La raison est que l'individu anticipe une hausse des impôts dans le futur et donc il accroît son épargne pour faire face à la hausse des impôts qui va réduire le revenu disponible à la période 2. Cette hausse des impôts est égale à $dG_1 = \frac{Y_2}{1+r} dt_2$ et représente le montant nécessaire pour maintenir l'équilibre budgétaire. Toutefois, la propension à consommer la richesse $\left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right)$ est inférieure à 1 : bien que la consommation baisse, la diminution est insuffisante pour compenser la hausse des dépenses publiques et donc l'impôt futur qui en résultera. Bien que l'épargne augmente, elle s'élève moins que proportionnellement, $dS_1 = dA_1 = -dC_1 = \left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right) dG_1$, et comme le revenu disponible à la période 2 baisse de $-Y_2 dt_2 = -(1+r)\, dG_1$, la consommation à la période 2, $C_2 = (1+r)A_1 + Y_2(1-t_2)$ va donc diminuer d'un montant égal à la baisse du revenu disponible qui l'emporte sur la hausse de la richesse financière et des revenus d'intérêt :

$$dC_2 = (1+r)\, dA_1 - Y_2 dt_2 = (1+r)\left[\left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right) - 1\right] dG_1 < 0, \tag{2.36}$$

car $0 < \left(\frac{1+\rho}{2+\rho}\right) < 1$. En d'autres termes, face une hausse temporaire des dépenses publiques, l'individu va baisser sa consommation mais pas d'un montant suffisant pour laisser sa consommation C_2 inchangée. Il s'ensuit que l'épargne augmente mais moins que la hausse de G_1 et donc moins que la hausse du déficit public. La conclusion est qu'une hausse temporaire des dépenses publiques aboutit à une baisse de l'épargne nationale car la diminution de l'épargne publique l'emporte sur la hausse de l'épargne privée.

L'économie est initialement au point A sur la Figure 2.9. La Figure 2.9 montre qu'une hausse temporaire des dépenses publiques dG_1 déplace la contrainte budgétaire intertemporelle vers la gauche ce qui aboutit à une baisse de la consommation optimale aux deux périodes. La différence avec une baisse du taux d'imposition est qu'une variation de t influence le revenu disponible et donc l'épargne alors que les dépenses publiques affectent directement la consommation en modifiant le revenu permanent. L'économie se situe au point B sur la Figure 2.9. La raison est la suivante. Les ménages connaissent la contrainte de solvabilité intertemporelle de l'Etat. L'Etat finance ses dépenses publiques à l'aide de recettes fiscales ou d'émission de dette publique. Si les dépenses publiques sont inchangées, cela implique que l'Etat pratique seulement un transfert intertemporel d'imposition. Les ménages ne modifient pas leur consommation optimale et font face à ce transfert intertemporel d'imposition en modifiant leur épargne ce qui permet de contrecarrer la baisse du revenu disponible lorsque le taux d'imposition augmente. En revanche, si les dépenses publiques s'élèvent, même de manière transitoire, cela implique que les taux d'imposition vont être relevés soit à la période courante ou plus vraisemblablement à la période suivante. Cela entraîne une baisse du revenu permanent et donc une modification de la consommation optimale. Comme les consommations aux dates 1 et 2 sont des biens normaux, l'individu réduit sa consommation aux deux dates lorsque le revenu permanent diminue.

Est-ce la hausse temporaire des dépenses publiques peut expliquer l'apparition d'un déficit jumeau ? Le Tableau 2.10 montre que les dépenses publiques militaires se sont accrues de 1.5% du PNB de 1978 à 1985. Cette hausse des dépenses militaires a donc dégradé les comptes publics de 1.5% du PNB. Toutefois, cette baisse est trop faible pour expliquer la diminution de l'épargne nationale de 3 points de pourcentage.

2.2.11.2 Un argument affaiblissant l'équivalence ricardienne : les contraintes de financement

Nous avons vu que l'équivalence ricardienne affaiblit l'hypothèse des déficits jumeaux après une hausse temporaire des dépenses publiques et l'infirme après une baisse temporaire des impôts. Mais peut-être alors que l'équivalence ricardienne n'est pas vérifiée ? On a supposé jusqu'à maintenant que les individus ne sont pas myopes et sont dotés d'anticipations tournées vers l'avant (ils anticipent leur revenu à la période suivante et connaissent la contrainte budgétaire de l'Etat). Toutefois, même si les individus sont dotés d'anticipations rationnelles, c'est-à-dire utilisent toute l'information disponible pour faire leur choix de consommation, il se peut que les individus n'aient tout simplement pas la possibilité de transférer leur revenu de manière intertemporelle par le biais de l'épargne, en raison de leur impossibilité d'épargner ou d'emprunter.

Lorsque les individus sont confrontés à des contraintes de financement, ils ne se comportent plus comme des agents ricardiens et vont augmenter leur consommation face à la hausse du revenu disponible car ils n'ont pas la possibilité d'épargner car leur revenu est insuffisant. En d'autres termes, étant donné leurs préférences et leur revenu à la période 1, les agents devraient être emprunteurs mais ils ne le peuvent pas car ils subissent des contraintes de financement : la baisse des impôts désserre cette contrainte et leur permet de consommer davantage ce qui permet d'augmenter leur utilité ; ils déplaceront leurs choix de consommation de B en B' sur la Figure 2.11.

De manière formelle, considérons deux individus, un individu ricardien et un individu subissant des contraintes de financement. Les deux individus sont identiques, cad ont le même taux de préférence pour le présent, $\rho = \delta$, et ont les mêmes revenus après impôt, $Y_1 (1 - t_1)$ et $Y_2 (1 - t_2)$. On suppose que $A_0 = 0$ pour les individus. Le point de dotation des deux individus se situent au point B. Comme nous l'avons indiqué précédemment, l'individu ricardien va choisir un couple de consommation au point A, situé au point de tangence entre la courbe d'indifférence et la contrainte budgétaire. Cet individu emprunte à la première période, $A_1 < 0$, et rembourse ses dettes à la deuxième période, $Y_2 (1 - t_2) - C_2 = -(1 + r) A_1$. L'autre individu, s'il ne subit pas de contraintes de financement, c'est-à-dire s'il a la possibilité d'emprunter, choisira le point A comme point de consommation. En revanche, s'il ne peut pas emprunter, il devra choisir le point de dotation B pour consommer ; cela revient à supposer $A_1 = 0$, de telle sorte que les contraintes budgétaires s'écrivent de la façon suivante pour l'individu ne pouvant pas emprunter :

$$C_1 = Y_1 (1 - t_1), \quad C_2 = (1 - t_2) Y_2.$$

Ces consommations correspondent habituellement au point de dotation (point B sur la Figure 2.11). Lorsque le taux d'imposition diminue à la période 1, l'individu ricardien ne modifie pas ses consommations optimales et réduit son endettement d'un montant équivalent la hausse

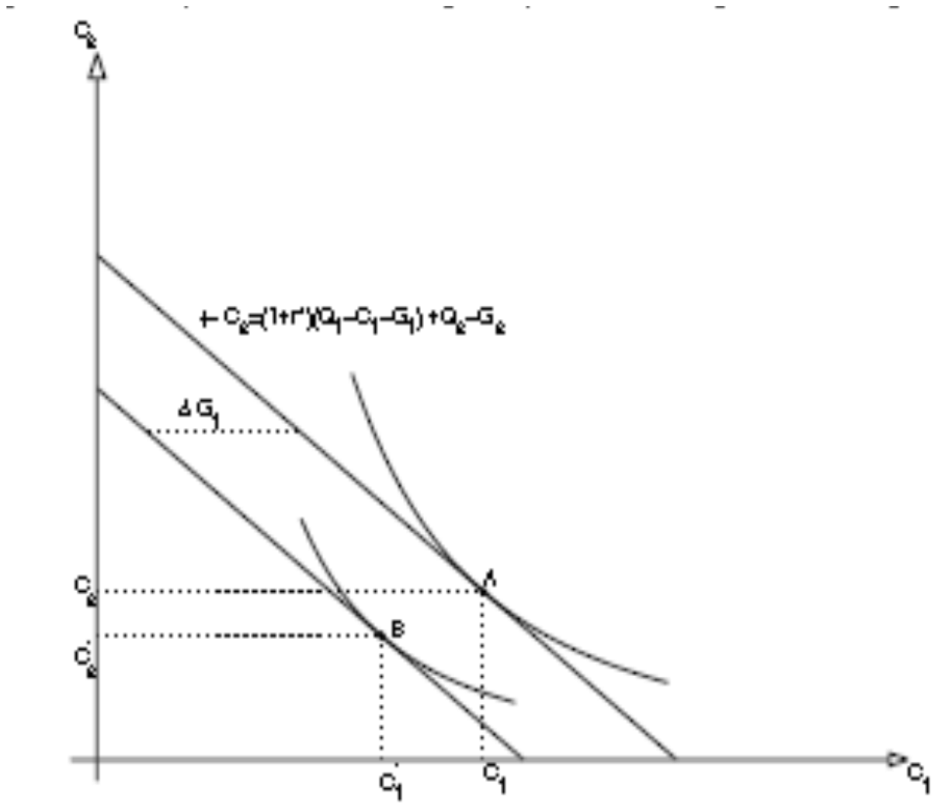

FIG. 2.9 – L'effet d'une hausse temporaire des dépenses publiques dans un modèle à deux périodes - Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2014) International Macroeconomics, Chapter 7

du revenu disponible ce qui lui permet de laisser inchangée sa consommation à la période 2. En revanche, l'individu subissant des contraintes de financement consommera le supplément de revenu car sa consommation est déterminée par ses contraintes budgétaires et non pas par le choix optimal du profil temporel de consommation :

$$C_2 = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right) \times C_1.$$

Toutefois, l'hypothèse d'individus subissant des contraintes de financement qui affaiblit l'équivalence ricardienne et devrait renforcer l'hypothèse des déficits jumeaux constitue une explication peu plausible car les baisses d'imposition ont particulièrement touchées les tranches de revenu les plus élevées, ces ménages ne subissant pas de contraintes de financement et donc devraient se comporter comme des individus ricardiens.

2.2.11.3 L'équivalence ricardienne dans la zone euro

D'après l'équivalence Ricardienne, lorsqu'un gouvernement réduit les impôts et accroît le déficit public, les consommateurs s'attendent à un accroissement des impôts dans le futur car l'Etat devra satisfaire sa contrainte budgétaire. L'anticipation de ce fardeau fiscal encourage les ménages à élever leur épargne du même montant que l'épargne publique. Inversement, les gouvernments qui réduisent les déficit publics en augmentant les impôts vont conduire le secteur privé à réduire son épargne. De manière qualitative, on a observé ce type d'ajustement dans la zone euro à partir du milieu des années 1990.

Year	Military Spending (% of GNP)
1978-79	5.1-5.2
1980-81	5.4-5.5
1982-84	6.1-6.3
1985-87	6.7-6.9

FIG. 2.10 – La hausse des dépenses publiques militaires aux Etats-Unis - Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2014) International Macroeconomics, Chapter 7

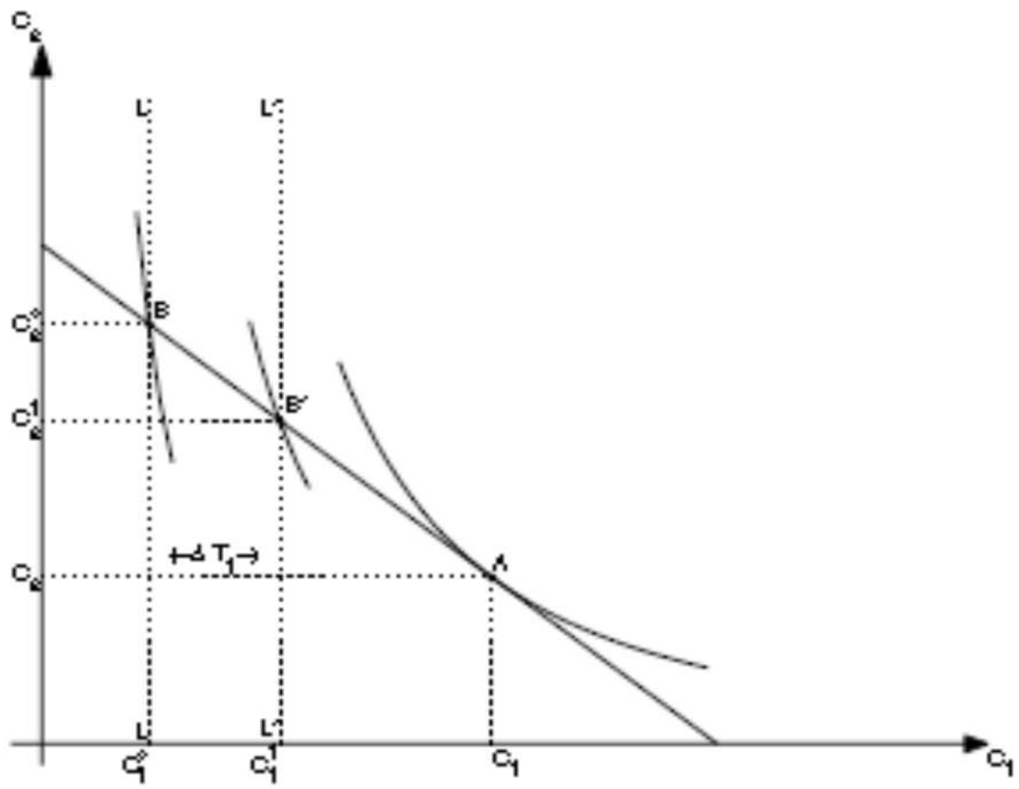

FIG. 2.11 – Une baisse temporaire des impôts en présence de contraintes de financement : la remise en cause de l'équivalence ricardienne - Source : Schmitt-Grohé, Stephanie et Martin, Uribe (2014) International Macroeconomics, Chapter 7

European Union (percentage of GNP)				
Year	CA	S^P	I	G − T
1995	0.6	25.9	19.9	−5.4
1996	1.0	24.6	19.3	−4.3
1997	1.5	23.4	19.4	−2.5
1998	1.0	22.6	20.0	−1.6
1999	0.2	21.8	20.8	−0.8

Source: Organization for Economic Cooperation and Development, *OECD Economic Outlook 68* (December 2000), annex tables 27, 30, and 52 (with investment calculated as the residual).

Fig. 2.12 – Government Deficit Reduction May Not Increase the Current Account Surplus : Euro Area Example (1995-2000) - Source : Krugman, Obstfeld, Melitz (2012) International Economics : Theory and Policy, 9th Edition, Pearson

De façon à satisfaire les critères du Traité de Maastricht, les (12) candidats ont réalisé d'importants efforts en matière de réduction des déficits publics en réduisant les dépenses publiques et en augmentant les impôts.[1] En 1995, la part de la dépense publique dans le PIB était de 53.1% et cinq années plus tard, en 2000, les dépenses publiques ne représentaient que 46.3% du PIB. Parallèlement, les recettes fiscales sont passées de 45.6% à 46.3% du PIB. Comme le montre le Tableau 2.12, le déficit primaire s'est réduit considérablement ; en 2000, la zone euro enregistre un excédent primaire. Sur la période 1995-2000, comme le montre la dernière colonne du Tableau 2.12, la balance courante est restée stable.

D'après la théorie des déficits jumeaux, le solde courant de la zone euro aurait dû fortement augmenter en raison de la réduction du déficit budgétaire. La zone euro a réduit ses déficits publics de 4.5 points de pourcentage du PIB. Pourtant, le solde courant n'a presque pas été affecté. Le Tableau 2.12 permet d'expliquer pourquoi le surplus courant n'a pas augmenté : la zone euro a connu une forte diminution de l'épargne privée, d'environ 4 points de pourcentage du PIB, cad presque du même montant que l'accroissement de l'épargne publique alors que l'investissement restait presque inchangé. En d'autres termes, l'épargne privée a neutralisé l'effet de l'épargne publique sur le solde courant ce qui tend à confirmer l'hypothèse de l'équivalence Ricardienne : lorsqu'un gouvernement réduit son déficit en augmentant les impôts, le secteur privé va réduire son épargne car il s'attend à une hausse de son revenu disponible dans le futur.

2.2.11.4 L'équivalence ricardienne dans les données

2.2.12 La méthode du Lagrangien

Pour déterminer le choix du profil intertemporel (2.9), nous avons éliminé la consommation de la deuxième période dans l'utilité intertemporelle (2.1) en utilisant la contrainte budgétaire intertemporelle (2.3), cad en substituant $C_2 = (1+r)(\Omega - C_1)$ dans $\Lambda = \ln(C_1) + \frac{\ln(C_2)}{1+\rho}$. Il existe une procédure alternative pour déterminer le choix intertemporel de l'individu consis-

[1] Le déficit budgétaire ne peut pas excéder 3% et la dette publique ne peut dépasser 60% du PIB.

tant à adopter la méthode du Lagrangien qui s'écrit de la façon suivante :

$$\mathcal{L} \equiv \ln(C_1) + \frac{\ln(C_2)}{1+\rho} + \lambda \left[\Omega - C_1 - \frac{C_2}{1+r}\right]. \tag{2.37}$$

Les conditions du premier ordre sont obtenues en dérivant le Lagrangien par rapport à C_1, C_2, λ et en annulant les dérivées partielles :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = \frac{1}{C_1} - \lambda = 0, \tag{2.38a}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \left(\frac{1}{1+\rho}\frac{1}{C_2}\right) - \frac{\lambda}{1+r} = 0, \tag{2.38b}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \Omega - C_1 - \frac{C_2}{1+r} = 0. \tag{2.38c}$$

En combinant (2.38a) et (2.38b), on obtient une égalité qui indique que le multiplicateur de Lagrange λ peut être interprété comme le coût de consommer une unité supplémentaire de bien dans le présent :

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1+r}{1+\rho}\frac{1}{C_2} = \lambda. \tag{2.39}$$

Plus précisément, lorsque l'individu arbitre entre consommation présente et consommation future, il doit évaluer le gain de consommer une unité supplémentaire dans le présent avec le coût de cette unité supplémentaire. Le gain est représenté par l'accroissement d'utilité $\frac{\partial U(C_1)}{\partial C_1} = \frac{1}{C_1}$ et le coût est mesuré par la quantité de consommation à la période 2 à laquelle on renonce $-\frac{\partial C_2}{\partial C_1} = (1+r)$ ce qui réduit l'utilité à la période 2 d'un montant équivalent en valeur présente de $\frac{1}{1+\rho}\frac{\partial U}{\partial C_2} = \frac{1}{1+\rho}\frac{1}{C_2}$. En combinant les composantes du coût, le coût de consommer une unité supplémentaire dans le présent est donc mesuré par le produit entre la diminution de C_2 et la réduction consécutive de l'utilité à la période 2 en valeur présente :

$$-\frac{\partial C_2}{\partial C_1}\frac{1}{1+\rho}\frac{\partial U}{\partial C_2} = (1+r)\frac{1}{1+\rho}\frac{1}{C_2}. \tag{2.40}$$

Le terme $\frac{1+r}{1+\rho}\frac{1}{C_2}$ est égal au multiplicateur de Lagrange qui peut donc être interprété comme le coût d'opportunité de la consommation présente.

On appelle communément le multiplicateur de Lagrange l'utilité marginale de la richesse : une hausse de Ω implique une baisse de λ (sorte d'avantage marginal décroissant de la richesse). Pour le voir, on élimine C_1 et $\frac{C_2}{1+r}$ de la contrainte budgétaire intertemporelle en utilisant les expressions données par (2.38a) et (2.38b) :

$$\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda \times (1+\rho)} = \Omega,$$

ce qui donne en résolvant par rapport à λ :

$$\lambda = \frac{2+\rho}{1+\rho} \times \Omega^{-1}.$$

L'expression de λ montre qu'une hausse de Ω réduit l'utilité marginale de la richesse et donc le coût de la consommation présente ce qui encourager l'individu à élever sa consommation présente.

2.2.13 La démarche sous-jacente au Lagrangien

Pour comprendre la démarche sous-jacente au Lagrangien, nous allons poser le problème de manière plus générale. Considérons le problème de maximisation suivant en notant $F(.)$

la fonction objectif :

$$\max_{x_1,x_2} F(x_1,x_2) \quad \text{sous contrainte de} \quad g(x_1,x_2) = b, \tag{2.41}$$

où $g(.) = b$ correspond à la contrainte de ressources.

La contrainte $g(x_1,x_2) = b$ permet d'exprimer la variable x_2 en fonction de la variable x_1 en utilisant le théorème des fonctions implicites :

$$x_2 = h(x_1). \tag{2.42}$$

L'application du théorème des fonctions implicites consiste à différentier totalement la contrainte budgétaire, on obtient :

$$\frac{\partial g(x_1,x_2)}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial g(x_1,x_2)}{\partial x_1}dx_2 - \mathrm{d}b = 0.$$

En maintenant la variable b constante en la considérant comme une variable exogène, on obtient la variation de x_2 engendrée par la variation de x_1 :

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial g(.)/\partial x_1}{\partial g(.)/\partial x_2}. \tag{2.43}$$

D'après le théorème des fonctions implicites, si les dérivées partielles $\partial g(.)/\partial x_i$ existent, alors il existe une fonction implicite $x_2 = h(x_1)$ avec

$$\frac{dh}{dx_1} = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial g(.)/\partial x_1}{\partial g(.)/\partial x_2}. \tag{2.44}$$

En substituant (2.42) dans la fonction objectif $F(.)$, le problème de maximisation à deux variables se réduit maintenant à un problème de maximisation à une seule variable :

$$\max_{x_1} F[x_1, h(x_1)]. \tag{2.45}$$

La condition du premier ordre de ce problème de maximisation est obtenue en différentiant la fonction objectif par rapport à x_1 et en annulant la dérivée première :

$$\frac{dF}{dx_1} = \frac{\partial F}{\partial x_1} + \frac{\partial F}{\partial x_2}\frac{dh}{dx_1} = 0. \tag{2.46}$$

En utilisant la fonction implicite et sa dérivée partielle donnée par (2.44), la condition du premier ordre (2.46) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\frac{dF}{dx_1} = \frac{\partial F}{\partial x_1} - \frac{\partial F/\partial x_2}{\partial g/\partial x_2}\frac{\partial g}{\partial x_1} = 0. \tag{2.47}$$

En définissant le multiplicateur de Lagrange de la façon suivante

$$\lambda \equiv \frac{\partial F/\partial x_2}{\partial g/\partial x_2}, \tag{2.48}$$

la condition du premier ordre (2.47) se réduit finalement

$$\frac{dF}{dx_1} = \frac{\partial F}{\partial x_1} - \lambda\frac{\partial g}{\partial x_1} = 0. \tag{2.49}$$

2.2.14 L'interprétation du multiplicateur de Lagrange

Pour interpréter le multiplicateur de Lagrange, nous partons de la définition de λ donnée par (2.48) que nous réécrivons de la manière suivante :

$$\lambda \equiv \frac{\partial F/\partial x_2}{\partial g/\partial x_2} = \frac{\partial F}{\partial g} = \frac{\partial F}{\partial b}. \tag{2.50}$$

Pour obtenir la première égalité, nous avons utilisé le fait que les termes ∂x_2 au numérateur et au dénominateur s'annulaient. Pour obtenir la deuxième égalité, on utilise le fait que $\partial g/\partial x_i = \partial b/\partial x_i$. Ces transformations permettent de montrer que le multiplicateur de Lagrange mesure de combien s'accoît la fonction objectif F lorsque la contrainte budgétaire b est désserrée. Ce multiplicateur de Lagrange est appelé prix fictif et exprime la valeur d'un accroissement de b en termes d'utilité supplémentaire.

2.3 Le modèle à générations imbriquées de Diamond-Samuelson

Le modèle à générations imbriquées développé par Diamond (1965) qui s'appuyait sur le modèle originel de Samuelson (1958) est un outil permettant de prolonger le modèle de Solow en considérant le rôle d'agents hétérogènes à chaque date du temps (des travailleurs et des capitalistes), et permet d'évaluer l'effet de la mise en place d'un système de retraite, soit par capitalisation, soit par répartition.

2.3.1 Les ménages

On suppose que les individus vivent deux périodes. Au cours de la première période, ils travaillent puis au cours de la deuxième période, ils sont à la retraite. On suppose l'absence d'héritage et la population croît à un taux constant n. L'agent représentatif choisit ses niveaux de consommation lorsqu'il est jeune C_t^Y puis âgé C_{t+1}^O de façon à obtenir l'utilité intertemporelle la plus élevée :

$$\Lambda_t^Y \equiv U\left(C_t^Y\right) + \left(\frac{1}{1+\rho}\right) U\left(C_{t+1}^O\right) \tag{2.51}$$

Les consommations C_t^Y et C_{t+1}^O sont les consommations de l'individu né à la date t : la notation Y indique que l'individu travaille et O indique que l'individu est âgé et ne travaille plus. La notation Λ^Y indique que c'est l'utilité intertemporelle de l'individu au moment où il rentre sur le marché du travail et est donc jeune.

Le paramètre $\rho > 0$ représente le taux de préférence pour le présent puisque nous avons montré qu'il coïncidait avec le taux d'actualisation subjectif. Lors de la première période, l'individu offre une unité de travail et reçoit un salaire W_t qui est dépensé en achats de biens de consommation C_t^Y, le reste étant épargné S_t. Lors de la deuxième période, l'individu ne travaille pas mais détient une richesse financière S_t et reçoit les revenus d'intérêt de son épargne $r_{t+1}S_t$. L'individu âgé consacre intégralement le principal et les revenus d'intérêt à sa consommation C_{t+1}^O. Les contraintes budgétaires des ménages s'écrivent donc de la façon