Cours de Olivier Cardi
Université de Tours
L1 ECO
Cours de Macroéconomie
Année universitaire 2017-2018

TD 4 : Monnaie, inflation, taux d'intérêt et prix des actifs financiers - Elements de correction

1 Questions de cours

1. Donnez les trois fonctions de la monnaie. Quelles sont les deux formes principales de monnaie dans les économies modernes ?
2. Quelle est la source principale de la création monétaire des banques ?
3. Précisez les 3 hypothèses qui doivent être formulées pour obtenir le résultat de la Théorie quantitative de la monnaie à partir de l'équation des échanges. Quelle est la cause de l'inflation?
4. Que signifie le terme désinflation? D'après la Théorie quantitative de la monnaie, comment aboutit-on à une désinflation?
5. Définir le taux d'intérêt nominal. Définir le taux d'intérêt réel. Donnez la relation entre ces deux grandeurs en expliquant. Quels sont les déterminants du taux d'intérêt nominal?
6. Une obligation rapporte 100 euros pendant trois ans; elle est remboursée au terme des trois ans à sa valeur faciale égale à 1000 euros. Le taux d'intérêt du marché est de 10%. Quel est le prix V de cette obligation ?

   Réponse : Le prix d'une obligation est définie comme la somme actualisée des revenus futurs que procure sa détention:

$$V = \frac{100}{1+i} + \frac{100}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^3} + \frac{1000}{(1+i)^3} = 1000. \tag{1}$$

   avec $i = 0.1$. L'obligation procure des revenus (coupon: taux d'intérêt d'émission fois la valeur faciale du titre) la première, la deuxième et la troisième année, ces revenus étant exprimés en unités monétaires présentes par le biais du facteur d'actualisation $\frac{1}{(1+i)^{\text{année}}}$. A la fin de la troisième année (échéance du titre), l'obligation est remboursée.

7. On considère une obligation perpétuelle A émise au prix de $V_0^A = 1000$ avec un taux d'émission égal à $i_0^A = 4\%$. Calculez le coupon C^A. Au bout d'un an, une obligation perpétuelle B est émise au prix de $V_0^B = 1000$ avec un taux d'émission égal à $i_0^B = 8\%$. Quel est l'effet de l'émission d'obligations B sur la valeur de l'actif A? Calculez le nouveau prix V_1^A de l'obligation A.

   Réponse : le coupon représente le revenu que rapporte la détention d'une obligation chaque année. Le coupon est obtenu en multipliant la valeur d'émission (ou valeur faciale) de l'obligation avec le taux d'intérêt d'émission : $C^A = i_0^A \,.V_0^A = 40$.

   A la suite d'une forte demande de capitaux, les nouvelles obligations B sont émises au taux $i_0^B = 8\% > i_0^A$; donc $C^B = i_0^B \,.V_0^B = 80$. Comme elles sont mieux rémunérées, les investisseurs vont vendre le titre A pour acheter le titre B. En augmentant, le taux d'intérêt conduit à une baisse du prix du titre A de $V_0^A = 1000$ à $V_1^A = 500$ de telle sorte que $i_1^A = \frac{C^A}{V_1^A} = \frac{40}{500} = i_0^B = 0.08$, cad de telle sorte qu'il y ait absence d'opportunités d'arbitrage. NB : L'opération d'arbitrage est une opération d'investissement permettant d'obtenir un profit sans risque et sans mise de fonds initiale.

2 Demande de monnaie et théorie quantitative de la monnaie

On note C la consommation de biens et services, M le montant d'encaisses monétaires, P le niveau général des prix. Les ménages ont une utilité U qui s'écrit sous la forme suivante:

$$U = \alpha \,. \ln C + (1-\alpha) \,. \ln\left(\frac{M^D}{P}\right), \quad 0 < \alpha < 1. \tag{2}$$

On suppose que les ménages offrent une quantité de travail N^S décrite par la relation suivante:

$$N^S = \left(\frac{W}{P}\right)^{\sigma_L}, \tag{3}$$

où σ_L est l'élasticité de l'offre de travail. Parallèlement aux revenus du travail, les ménages obtiennent un profit Π en tant que propriétaires des entreprises, et ont également une dotation $\bar{M}$ d'encaisses monétaires.

Les firmes en concurrence parfaite produisent une quantité Y à l'aide de travail N selon une technologie de production:

$$Y = A \,.N, \tag{4}$$

où A est la productivité du travail. Les firmes embauchent les travailleurs au taux de salaire W.

1. Préciser la composition du revenu R des ménages. Ecrire la contrainte budgétaire des ménages. Montrer que la demande de biens et services C et d'encaisses monétaires réelles M^D/P s'écrivent de la façon suivante (facultatif):

$$C = \alpha \cdot \frac{R}{P}, \qquad \frac{M^D}{P} = (1-\alpha) \cdot \frac{R}{P}. \tag{5}$$

Réponse : Le revenu des ménages est constitué de trois composantes: i) les profits Π, ii) les revenus du travail $W.N$, et la dotation en encaisses monétaires $\bar{M}$:

$$\begin{aligned} R &= \Pi + W.N + \bar{M}, \\ \frac{R}{P} &= \frac{\Pi}{P} + \frac{W}{P}.N + \frac{\bar{M}}{P}. \end{aligned} \tag{6}$$

Le revenu de l'individu R est consacré aux achats de biens $P.C$ et à la détention d'encaisses monétaires nominales M^D, cad $R = P.C + M^D$. En termes réels:

$$\frac{R}{P} = C + \frac{M^D}{P} \tag{7}$$

Les calculs ci-dessous sont facultatifs. On peut juste indiquer que l'individu choisit de consacrer une part du revenu réel R/P à la consommation de biens au prorata de l'intensité α que cette consommation procure à son utilité. Idem pour les encaisses monétaires réelles: l'individu consacre une fraction $1-\alpha$ de son revenu réel R/P à $\frac{M^D}{P}$, cette fraction représentant l'intensité avec laquelle son utilité est influencée par les encaisses monétaires réelles. Si α est grand, alors C contribue fortement à l'utilité U et donc il consacrera une part importante de son revenu à l'achat de C.

L'individu doit choisir la répartition de son revenu réel entre consommation et détention d'encaisses monétaires réelles de façon à atteindre la satisfaction la plus élevée possible. Pour déterminer la répartition de R/P entre C et M/P, on élimine M/P de la fonction d'utilité (2) en utilisant (7):

$$U = \alpha \cdot \ln C + (1-\alpha) \cdot \ln\left(\frac{R}{P} - C\right). \tag{8}$$

En différentiant (8) par rapport à C pusi en annulant la dérivée première, on obtient:

$$\frac{\alpha}{C} - \frac{1-\alpha}{M/P} = 0. \tag{9}$$

En réarrangeant les termes, on trouve une relation entre la demande de biens et la demande d'encaisses monétaires réelles:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{M^D}{P} = C. \tag{10}$$

En utilisant (10) pour éliminer C de (7), on obtient:

$$\frac{R}{P} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{M^D}{P} + \frac{M^D}{P}, \tag{11}$$

Comme $C = \frac{R}{P} - \frac{M^D}{P}$, on obtient la demande de biens:.

$$C = \frac{R}{P} - (1-\alpha) \cdot \frac{R}{P} = \alpha \cdot \frac{R}{P} \tag{12}$$

2. Déterminer la demande de travail et montrer que le salaire réel s'établit au niveau:

$$\frac{W}{P} = A. \tag{13}$$

Ecrire le profit Π de la firme; Montrer que le profit Π est nul.

Réponse : La demande de travail représente le prix maximum que la firme est prête à payer pour embaucher un travailleur supplémentaire. Ce prix maximum est mesuré par la productivité marginale du travail PmL $= \frac{\partial Y}{\partial N} = A$ qui indique de combien augmente la production lorsque la firme embauche un travailleur supplémentaire. Comme ce prix maximum est constant puisque A est fixe, la courbe de productivité marginale du travail est représentée par une droite horizontale dans le plan (N,PmL). Cela signifie que la firme est prête à embaucher n'importe qu'elle quantité de travail tant que le salaire réel W/P n'est pas supérieur à A. Donc la firme acceptera de verser au maximum un salaire réel $\frac{W}{P} = A$; ce salaire réel est le salaire réel d'équilibre car si une firme décidait de verser un salaire réel plus faible, les autres travailleurs iraient travailler dans les firmes versant un salaire réel égal à A.

Le profit de la firme Π est égal au chiffre d'affaires moins la rémunération des travailleurs:

$$\Pi = P \cdot Y - W \cdot N = P \cdot Y - P \cdot A \cdot N = P \cdot Y - P \cdot Y = 0 \tag{14}$$

où on utilise le fait que $W = P \cdot A$ puisque $\frac{W}{P} = A$ et $Y = A \cdot N$. Dans le plan (N,W/P), la demande de travail est horizontale (puisque la productivité marginale du travail est constante et égale à A).

3. Déterminer le niveau d'emploi d'équilibre N et montrer que le niveau naturel de production Y^S s'écrit:

$$Y^S = (A)^{1+\sigma_L}. \tag{15}$$

Réponse : La demande de travail représente le prix maximum que la firme est prête à payer pour embaucher un travailleur supplémentaire et l'offre de travail représente la somme minimum que l'individu souhaite recevoir en contrepartie de l'offre d'uen unité de travail. L'emploi d'équilibre est déterminé par la rencontre entre la demande et l'offre de travail; de manière analytique, on substitue donc $\frac{W}{P} = A$ dans l'offre de travail (3):

$$N = (A)^{\sigma_L} . \tag{16}$$

En substituant l'emploi d'équilibre dans la fonction de production, on obtient le niveau naturel de production:

$$Y^S = A .N = A . (A)^{\sigma_L} = A^{1+\sigma_L}. \tag{17}$$

4. En utilisant (5), en supposant que le marché de la monnaie est à l'équilibre, montrer que la demande agrégée de biens et services s'écrit de la façon suivante:

$$Y^D = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) .\frac{\bar{M}}{P}. \tag{18}$$

Réponse : En utilisant (5), le rapport entre la demande de biens $C = \alpha .\frac{R}{P}$ et la demande d'encaisses monétaires réelles $\frac{M^D}{P} = (1-\alpha) .\frac{R}{P}$ conduit à une relation entre C et $\frac{M^D}{P}$:

$$C = \frac{\alpha}{1-\alpha} .\frac{M^D}{P}. \tag{19}$$

Comme le marché de la monnaie est en équilibre, la demande de monnaie M^D est égale à l'offre de monnaie $\bar{M}$; en posant $Y^D = C$ puisque C est la demande agrégée de biens, (19) s'écrit finalement

$$Y^D = C = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) .\frac{\bar{M}}{P}. \tag{20}$$

5. Montrer que le niveau général des prix s'écrit:

$$P = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) .\frac{\bar{M}}{A^{1+\sigma_L}}. \tag{21}$$

Montrer que (21) peut s'écrire comme l'équation des échanges.

Réponse : Lr rôle des prix P est d'égaliser la demande de biens et services.

En égalisant la demande de biens et services Y^D (18) à l'offre Y^S (15), on obtient (21):

$$P = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) .\frac{\bar{M}}{Y^D} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) .\frac{\bar{M}}{Y^S} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) .\frac{\bar{M}}{A^{1+\sigma_L}}. \tag{22}$$

Comme $A^{1+\sigma_L}$ correspond au niveau naturel de production $Y^\star$ (production obtenue lorsque le marché du travail est à l'équilibre), la relation (21) s'écrit $P\ .Y^\star = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\ .\bar{M}$. En notant $V = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$ la vitesse de circulation de la monnaie qui est constante et ne dépend que de facteurs se modifiant dans le long terme, comme les préférences, (21) correspond à l'équation des échanges : $P\ .Y = M\ .V$. Si $\alpha = 1-\alpha = \frac{1}{2}$, l'individu consacre la moitié de son revenu réel à la consommation de biens C et l'autre moitié à la détention d'encaisses monétaires réelles M/P. Dans ce cas, $V = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) = 1$ puisque les individus détiennent un montant d'encaisses réelles $\frac{\bar{M}}{P}$ égal au volume de transactions $Y^\star$: le stock de monnaie $\bar{M}$ est utilisé une fois pour payer les transactions $P\ .Y$.

6. En ayant tracé au préalable la demande agrégée et l'offre agrégée dans le plan (Y,P), montrer de manière graphique l'effet d'un accroissement de la masse monétaire $\bar{M}$ puis l'effet d'une hausse de la productivité A.

   Réponse : La demande agrégée (18) de biens et services est décroissante dans le plan (Y,P) et l'offre agrégée (15) est représentée par une droite verticale car elle est indépendante du niveau général des prix. Une hausse de la masse monétaire déplace la demande agrégée Y^D vers la droite ce qui en retour élève le niveau général des prix P en provoquant un excès de demande (l'offre n'est pas modifiée car indépendante des prix à long terme). Un accroissement de la productivité déplace la courbe d'offre Y^S vers la droite ce qui aboutit à une diminution des prix en provoquant un excès d'offre.

3 Bulles spéculatives

Un investisseur a le choix entre deux titres financiers : i) un titre sans risque d'une durée de vie infinie qui rapporte un intérêt i chaque année, et ii) une action, dont le prix à l'année t est noté p_t et qui rapporte un dividende d_t à l'année t.

1. Donnez le rendement d'un euro investi en obligation puis donnez le rendement d'un euro investi en action.

   Réponse : Le rendement d'une obligation est tel que pour chaque euro investi, l'investisseur obtiendra $(1+i)$ euro l'an prochain. S'il détient une action, il recevra un dividende et revendra l'action en enregistrant une plus-value ou une moins-value. Si le prix de l'action est p_t, chaque euro investi permet d'acheter $1/p_t$ actions. Pour chaque action, l'investisseur reçoit $d_t + p^a_{t+1}$. Le rendement de chaque euro investi en actions est donc $\frac{d_t+p^a_{t+1}}{p_t}$.

2. En supposant que les anticipations sont parfaites, écrivez la relation d'arbitrage entre les deux titres en ayant donné au préalable la définition d'une relation d'arbitrage.

   Réponse : La relation d'arbitrage est une relation d'absence d'opportunités d'arbitrage ce qui implique que le rendement espéré des deux actifs doit être identique :
$$\frac{d_t + p^a_{t+1}}{p_t} = 1 + i. \tag{23}$$

3. Montrez qu'à partir de cette relation d'arbitrage, on obtient la relation suivante :
$$p_t = \frac{d_t + p^a_{t+1}}{(1+i)}. \tag{24}$$
   Commentez cette relation.

   Réponse : A partir de la relation d'arbitrage, on peut exprimer le prix du titre p_t comme la valeur actualisée des revenus attendus l'année suivante du fait de la détention de ce titre. Ces revenus actualisés sont égaux au dividence plus le gain en capital reflété par le prix de vente du titre p^a_{t+1}.

4. On suppose que le dividende est constant, c'est-à-dire $d_t = d$. Donnez l'expression paramétrique de la valeur fondamentale de l'action $p^\star$ impliquant $p_t = p^a_{t+1} = p^\star$ en utilisant (24). On donne $i = 0.1$, $d = 10$. Calculez la valeur fondamentale. Lorsque l'investisseur achète le titre à sa valeur fondamentale, donnez la valeur anticipée de revente de l'action l'année suivante.

   Réponse : Supposons que le dividende soit constant au cours du temps, c'est-à-dire $d_t = d$, ainsi que le taux d'intérêt i de l'actif sans risque. Si le dividende est identique à chaque date, le prix de l'action va être constant dans le temps, c'est-à-dire $p_t = p^a_{t+1} = p^\star$, et donc le prix de l'action va être égal à sa valeur fondamenale notée $p^\star$. En posant un prix attendu de revente équivalent au prix d'achat, $p_t = p^a_{t+1}$, la valeur fondamentale du titre $p^\star$ est égale à d/i. Pour $i = 0.1$, $d = 10$, la valeur fondamentale du titre est égale à $p^\star = d/i = 10/0.1 = 100$. Lorsque l'investisseur achète le titre à sa valeur fondamentale, le respect de la relation d'arbitrage implique l'absence de gains en capital puisque le prix de revente du titre est égal à son prix d'achat lui-même égal à la valeur fondamentale du titre.

5. A quelle condition la relation d'arbitrage (24) est-elle satisfaite lorsque l'investisseur achète le titre à un prix p_t au-dessus de sa valeur fondamentale $p_t > p^\star$? Quel est le phénomène qui va alors apparaître ?

   Réponse : Supposons maintenant qu'un investisseur achète le titre à un prix p_t au-dessus de sa valeur fondamentale, c'est-à-dire:
$$p_t > p^\star \quad \Rightarrow \quad p^a_{t+1} > p_t > p^\star. \tag{25}$$

Pour que la relation d'arbitrage soit vérifiée, il faut que le prix anticipé p^a_{t+1} (ou valeur anticipée de revente du titre) soit non seulement au-dessus de sa valeur fondamentale mais également au-dessus de la valeur d'achat du titre p_t pour que la relation d'arbitrage (23) soit vérifiée. Pour le démontrer, nous retranchons la valeur fondamentale $p^\star$ de membres de gauche et de droite de la relation d'arbitrage (24):

$$\begin{aligned} p_t - p^\star &= \frac{d}{1+i} - p^\star + \frac{p^a_{t+1}}{1+i}, \\ &= \frac{p^\star .i}{1+i} - p^\star + \frac{p^a_{t+1}}{1+i}, \\ &= \frac{p^\star .i - (1+i)\ .p^\star}{1+i} + \frac{p^a_{t+1}}{1+i}, \\ &= -\frac{p^\star}{1+i} + \frac{p^a_{t+1}}{1+i}, \\ &= \frac{p^a_{t+1} - p^\star}{1+i}. \end{aligned} \tag{26}$$

En réarrangeant l'équation de détermination du prix du titre (24), la relation (26) montre que:

- si l'investisseur achète le titre au-dessus de sa valeur fondamentale, $p_t > p^\star$, alors cela signifie que l'investisseeur s'attend à le revendre à un prix plus élevé que la valeur fondamentale, c'est-à-dire:

$$p_t - p^\star > 0 \quad \Rightarrow \quad p^a_{t+1} - p^\star > 0, \tag{27}$$

- et comme l'excès de valeur attendue du titre par rapport à sa valeur fondamentale est exprimée en valeur présente;

$$p^a_{t+1} - p^\star > p_t - p^\star, \quad \Rightarrow \quad p^a_{t+1} > p_t, \tag{28}$$

  le prix de revente du titre est supérieur au prix d'achat: l'investisseur s'attend à réaliser un gain en capital.

Tant que les investisseurs anticipent une montée du cours de l'action, ils vont continuer d'acheter le titre car il est rationnel de le faire puisque la relation d'arbitrage (24) est satisfaite. Cette anticipation de la montée du prix de l'action implique que le cours de l'action va diverger de sa valeur fondamentale ce qui provoque une bulle spéculative rationnelle. Elle est qualifiée de rationnelle car la relation d'arbitrage qui est satisfaite repose sur une anticipation parfaite des cours.

4 Taux d'intérêt réel

On considère un individu qui prête une somme de $S_t = 5000$ euros à la date t sur une période d'une année.

1. Sachant que le niveau général des prix à la date t s'établit à $P_t = 100$, quelle est la quantité de biens, notée Q_t, que l'individu peut obtenir à la date t avec la somme S_t ? Quel est le montant exprimé en euros que l'agent obtiendra en $t+1$ (dans un an), noté S_{t+1}, sachant que le taux d'intérêt nominal est égal à $i_t = 40\%$?
   Réponse : Quantité de biens obtenue en t : $Q_t = \frac{S_t}{P_t} = 50$. Montant en euros obtenu en $t+1$: $S_{t+1} = S_t \,.\, (1 + i_t) = 7000$.
2. Les individus anticipent que le niveau général des prix dans un an s'établira au niveau $P^a_{t+1} = 125$. Quelle est la quantité de biens, notée Q^a_{t+1}, que l'agent s'attend à obtenir au terme de son placement ? Comparez le pouvoir d'achat du prêteur à la date t et le pouvoir d'achat anticipé à la date $t+1$.
   Réponse : Quantité de biens que l'agent s'attend à recevoir en $t+1$: $Q_{t+1} = \frac{S_{t+1}}{P^a_{t+1}} = \frac{7000}{125} = 56$. La quantitié de biens que l'individu s'attend à recevoir est plus importante qu'initialement car $Q^a_{t+1} > Q_t$. NB : La richesse réelle augmente de $\frac{Q^a_{t+1} - Q_t}{Q_t} = \frac{56-50}{50} = 12\%$.
3. Le niveau des prix dans un an s'établit à $P_{t+1} = 140$. Quelle est la quantité de biens, notée Q_{t+1}, que l'agent obtient effectivement au terme de son placement ? Comparez le pouvoir d'achat du prêteur à la date t et à la date $t+1$.
   Réponse : Quantité de biens que l'agent obtient en $t+1$: $Q_{t+1} = \frac{S_{t+1}}{P_{t+1}} = \frac{7000}{140} = 50 = Q_t$. La richesse réelle de l'individu qui a placé son argent n'a donc pas été modifiée bien que la richesse en euros ait augmenté.
4. En utilisant les taux d'inflation anticipée, π^a_{t+1}, et effectif, π_{t+1}, calculez les taux d'intérêt réels ex-ante et ex-post. Pourquoi sont-ils différents ?
   Réponse : Taux d'inflation anticipée : $\pi^a_{t+1} = \frac{P^a_{t+1} - P_t}{P_t} = 25\%$ et taux d'inflation effectif : $\pi_{t+1} = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} = 40\%$. Le taux d'intérêt ex-ante : $r = i - \pi^a_{t+1} = 40\% - 25\% = 15\%$. En t, les individus désirent un rendement réel de leur placement égal à 15% et souhaitent alors un taux d'intérêt nominal de 40% pour couvrir une inflation attendue de $\pi^a_{t+1} = 25\%$. Mais leurs anticipations sont déçues car le taux d'inflation effectif est plus élevé que prévu si bien que le taux d'intérêt réel ex-post est nul : $r = i - \pi_{t+1} = 40\% - 40\% = 0\%$.