

### TD 3 : Croissance économique et niveau de vie

## 1 Questions de cours

Répondez aux questions suivantes :

1. On suppose qu'un bien final est produit en quantité  $Y$  à l'aide de capital  $K$  et de travail  $N$  selon la technologie de production:

$$Y = K^\alpha \cdot (A \cdot N)^\beta, \quad 0 < \alpha < 1, \quad \beta > 0. \quad (1)$$

où  $A$  est l'efficacité du travail. Déterminez la condition sous laquelle la fonction de production est à rendements d'échelle constants par rapport au capital et au travail. Déterminez la condition sous laquelle la fonction de production présente des rendements décroissants par rapport au capital. On note  $y$  et  $k$  production par travailleur. Exprimez la fonction de production (1) sous forme intensive (c'est-à-dire par travailleur). Tracez la fonction de production sous forme intensive dans le plan  $(k, y)$ . Montrez l'effet d'une hausse de l'efficacité du travail de manière graphique. Comment varie la productivité marginale du capital mesurée par  $\frac{\partial y}{\partial k}$  lorsque  $A$  augmente ?

2. On considère une économie qui produit un seul bien en quantité  $Y$  en utilisant du capital  $K$  et du travail  $N$ . La technologie de production sous forme intensive s'écrit:

$$y = A \cdot k^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (2)$$

où  $A$  est le niveau de technologie que l'on suppose constant,  $y = Y/N$  est la production par travailleur et  $k = K/N$  le capital par travailleur. A long terme, l'économie investit un montant par travailleur  $I/N$  juste nécessaire pour remplacer les biens d'équipement obsolètes  $\delta \cdot k$  avec  $\delta$  le taux de dépréciation du capital. Cet investissement est financé par l'épargne qui représente une fraction  $s$  de la production par travailleur  $y$ . L'équilibre sur le marché des capitaux implique donc:

$$\delta \cdot k = s \cdot y. \quad (3)$$

En combinant (2) et (3), exprimez le niveau de vie de l'économie,  $y$ , en fonction du taux d'épargne. Quels sont les deux facteurs permettant d'atteindre un niveau de vie plus élevé? Expliquez.

3. Quelle est l'explication économique du phénomène de convergence internationale des niveaux de vie?

## 2 Niveau de vie et dépenses publiques

On considère une économie fermée qui produit une quantité  $Y_t$  de bien final à l'aide de capital physique  $K_t$  et de travail  $L$ :

$$Y_t = (K_t)^\alpha \cdot (L)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (4)$$

où  $t$  est l'indice temporel. On suppose que la population du pays est égale au nombre de travailleurs constant au cours du temps,  $L_t = L$ . A chaque date  $t$ , l'économie investit un montant  $I_t$  permettant d'élever le capital et d'amortir le capital:

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta \cdot K_t, \quad (5)$$

où  $\delta$  est le taux de dépréciation du capital physique. L'Etat finance les dépenses publiques  $G_t$  en prélevant une fraction  $\tau$  du revenu  $Y_t$  obtenu par les ménages en contrepartie de leur offre de travail et de capital:

$$G_t = \tau \cdot Y_t. \quad (6)$$

Les ménages épargnent une fraction  $s$  de leur revenu disponible  $Y_t \cdot (1 - \tau)$ , le reste étant consommé.

1. En vous appuyant sur les données de l'énoncé, déterminez la part de la consommation dans le PIB,  $\frac{C_t}{Y_t}$ .
2. Ecrivez la productivité marginale du capital, notée  $R_t$ , en fonction de la production  $Y_t$  et du capital  $K_t$ .
3. En utilisant (5) et l'équilibre sur le marché des capitaux, déterminez le taux de croissance du capital physique  $\gamma^K = \frac{K_{t+1} - K_t}{K_t}$ .
4. En utilisant vos réponses aux questions 2) et 3), expliquez pourquoi l'accumulation de capital physique cesse à long terme.
5. On se situe à long terme où  $\gamma^K = 0$ . En utilisant  $\gamma^K$  ainsi que (4), déterminez l'expression du capital par travailleur de long terme noté  $k = K/L$  (constant)
6. On note  $y = Y/L$  le revenu par habitant à long terme. En utilisant votre réponse à la question précédente et (6), déterminez les recettes fiscales par habitant à long terme.
7. Expliquez pourquoi le taux d'imposition exerce un effet négatif sur les recettes fiscales.
8. L'Etat cherche à déterminer le taux d'imposition  $\hat{\tau}$  permettant d'obtenir les recettes fiscales par habitant les plus élevées possibles. En différentiant  $\tau \cdot y$  par rapport à  $\tau$  et en annulant la dérivée première, déterminez l'expression du taux d'imposition  $\hat{\tau}$ .
9. L'Etat fixe le taux d'imposition au niveau  $\hat{\tau}$  déterminé à la question précédente. On note  $\hat{y}$  le revenu par habitant lorsque  $\tau = \hat{\tau}$  et  $y$  le revenu par habitant lorsque  $\tau = 0$ . Calculez l'écart de revenu par habitant  $\ln\left(\frac{\hat{y}}{y}\right)$ .