Cours de Olivier Cardi
Université de Tours
L1 ECO
Cours de Macroéconomie
Année universitaire 2017-2018
Eléments de correction

TD 1 : L'offre, la demande, le rôle des prix et des institutions

1 Exercice : Détermination de l'offre et de la demande

On considère une firme en concurrence pure et parfaite qui vend un bien au prix p et dont le coût total de production est donné par $C(y) = y^2$ où y est la production.

1. Ecrivez le profit π de la firme.
   Réponse : Le profit est égal au chiffre d'affaires moins le coût total $\pi = p \times y - C(y)$.
2. Déterminez le coût marginal noté Cm. Expliquez pourquoi le coût marginal est croissant avec la production.
   Réponse : Le coût marginal est égal à $Cm = \frac{\partial C(y)}{\partial y} = 2 \times y$. Le coût marginal est croissant en raison de l'existence de rendements décroissants dans l'utilisation des facteurs de production. On peut retrouver une fonction de coût $C(y) = y^2$ en posant $y = l^\alpha$ et $w = 1$. Pour le voir, le coût de production est représenté par le coût du travail en supposant l'absence de capital: $w \times l$. D'après la fonction de production, une quantité l de travail permet de produire $y^{\frac{1}{\alpha}}$ de biens. En posant $w = 1$, le coût du travail devient $w \times y^{\frac{1}{\alpha}} = y^{\frac{1}{\alpha}}$; et en posant $\alpha = 1/2$, on obtient $C(y) = y^2$. Le coût marginal est défini comme le salaire rapporté à la productivité marginale du travail:
$$\begin{aligned} \text{Cm} &= \frac{w}{\frac{\Delta y}{\Delta l}} = \frac{w}{\alpha} \times y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \\ &= 2 \times y^{\frac{0.5}{0.5}} = 2 \times y, \end{aligned}$$
   où $\frac{\Delta y}{\Delta l} = \alpha \times l^{\alpha - 1} = \alpha \times y^{\frac{\alpha-1}{\alpha}}$, et on a posé $w = 1$ et $\alpha = 1/2$ pour obtenir la deuxième ligne. Comme $\alpha < 1$, la productivité marginale est de plus en plus faible car la fonction de production est concave : cela implique que la fonction de coût total noté ct, $ct = w \times l = w \times y^{\frac{1}{\alpha}}$, est convexe dans le plan (y,ct) et donc que le coût marginal (la pente de la fonction de coût) est croissant.

3. Représentez la recette marginale et le coût marginal sur un graphique en indiquant comment la firme détermine la quantité à offrir sur le marché.

   Réponse : La recette marginale est égale à p en concurrence parfaite. Elle est donc représentée par une droite horizontale. Le coût marginal est croissant avec la production. La firme détermine la quantité à produire en égalisant la recette marginale avec le coût marginal.Le profit a l'allure d'une courbe en cloche en raison de l'existence de rendements décroissants : tant que le prix est supérieur au coût marginal, le profit augmente, et lorsque le prix est inférieur au coût marginal, le profit baisse; le profit est maximum lorsqu'on se trouve au sommet de la fonction de profit et donc le profit marginal qui est la pente de la fonction de profit doit être nulle.
4. Déterminez l'expression de la quantité qu'elle produira notée y^S. Expliquez pourquoi l'offre y^S est croissante avec p.

   Réponse : La quantité produite pour laquelle $Rm = Cm$ est telle que $p = 2 \times y^S$. Donc $y^S = p/2$; y^S croît avec p car la recette marginale devient plus grande et donc il devient plus rentable de produire davantage.
5. Montrez que le profit π de la firme est donné par $p^2/4$.

   Réponse : En substituant la production dans le profit, le profit est égal à
   $$\pi = p \times \frac{p}{2} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \frac{p^2}{4}.$$
6. On suppose que N firmes identiques produisent la même quantité sur le marché. Déterminez la quantité totale Q^S qui est offerte sur le marché.

   Réponse : La quantité totale offerte sur le marché est : $Q^S = N \times y^S = \frac{N \times p}{2}$.

Les consommateurs détiennent un revenu sous forme de monnaie. Avec cette monnaie, ils peuvent acheter une quantité y d'unités de biens au prix unitaire p. On note y la quantité individuelle achetée. Cette quantité consommée procure une utilité $u(y)$ au consommateur avec $u' > 0$ et $u'' < 0$.

1. Ecrivez le surplus s du consommateur.

   Réponse : le surplus est égal à l'utilité retirée de la consommation du bien moins le coût d'achat du bien :
   $$s = u\,(y) - p \times y, \tag{1}$$
   avec $u' > 0$ et $u'' < 0$.
2. On suppose que l'utilité du consommateur est décrite par la relation suivante: $u = b\ .\ln p$ avec $b > 0$. Déterminez l'avantage marginal noté Am. Expliquez pourquoi l'avantage marginal est décroissant avec la quantité consommée d'un bien.

Réponse : L'avantage marginal correspond à l'augmentation de satisfaction tirée de la consommation d'une unité supplémentaire du bien. De manière analytique, cela consiste à calculer $u' = b \cdot \frac{1}{y}$. Cette relation indique que l'avantage marginal u' diminue avec la quantité consommée y. Donc la courbe d'utilité est concave ce qui traduit le principe de l'avantage marginal décroissant : plus on a d'un bien, plus son avantage marginal est faible, et moins on consent à payer pour en obenir une unité supplémentaire. Ce principe s'explique par notre penchant pour la variété. Plus nous consommons d'un bien, plus nous envisageons de consommer d'autres biens qui pourraient aussi nous plaire. Pensez par exemple à ce que vous consentez à payer pour un café : cela dépend de combien de café vous avez déjà pris.

3. Dans le plan (y,p), tracez l'avantage marginal décroissant et déterminez la quantité demandée pour différents niveaux de prix.

   Réponse : L'avantage marginal est une courbe décroissante et la dépense marginale (cad le prix) est une droite horizontale d'ordonnée à l'origine p. Lorsque la droite de prix se déplace vers la haut, la quantité demandée est plus faible.

4. Déterminez l'expression de la quantité qui sera demandée y^D.Expliquez pourquoi la demande y^D est décroissante avec p.

   Réponse : La quantité demandée est déterminée en égalisant l'avantage marginal u' à la dépense marginale p :
$$p = \frac{b}{y}, \quad y^D = \frac{b}{p}.$$
   A mesure que le prix augmente, l'avantage marginal doit être plus grand et donc les individus vont réduire les quantités demandées.

On normalise le nombre de consommateurs à 1 de telle sorte que $y^D = Q^D$.

1. En combinant la demande et l'offre agrégée, déterminez l'expression du prix d'équilibre de marché.

   Réponse : Comme $y^D = Q^D$, en égalisant $Q^D = \frac{b}{p}$ à $Q^S = N \cdot \frac{p}{2}$, on obtient le prix d'équilibre de marché:
$$N \cdot \frac{p}{2} = \frac{b}{p}, \quad p = \sqrt{\frac{2 \cdot b}{N}}. \tag{2}$$
   La quantité totale produite et échangée sur le marché est égale à: $Q = N \cdot \frac{p}{2} = \frac{N}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot b}{N}} = \sqrt{\frac{b \cdot N}{2}}$.

2. Expliquez pourquoi le prix diminue avec le nombre de firmes N.

   Réponse : Une augmentation du nombre de firmes augmente Q^S et donc déplace la courbe d'offre agrégée vers la droite ce qui réduit le prix d'équilibre de marché.

2 Exercice : Avantages comparatifs et institutions

On considère un pays avec un grand nombre de secteurs, chaque secteur étant caractérisé par un nombre z de biens intermédiaires (ou d'étapes de production) nécessaires pour produire le bien final, avec $z \in (0,\bar{z}]$. On suppose que la production du bien dans le secteur z notée q_z est décrite par la technologie de production suivante :

$$q_z = \min\{q(1),...,q(s),...,q(z)\}, \tag{3}$$

où $q(s)$ est la quantité produite du bien intermédiaire s (ou la production à chaque étape s) avec $s = 1,...z$. Comme les producteurs de biens intermédiaires sont supposés symétriques, ils utilisent la même quantité de travail :

$$q(s) = l(s) = l. \tag{4}$$

La firme produisant le bien final signe un contrat commercial avec chaque fournisseur de bien intermédiaire. On suppose que chaque fournisseur produira une quantité $q > 0$ avec une probabilité ρ et produira une quantité $q = 0$ avec une probabilité $1 - \rho$. Le terme ρ reflète la qualité des institutions.

1. Quelle variable distingue un bien simple d'un bien complexe ?
   Réponse : Ce qui distingue un bien simple d'un bien complexe est le nombre de biens intermédiaires z ou d'étapes de production qui le compose.
2. Expliquez l'implication de la forme de la fonction de production (3).
   Réponse : La fonction de production implique que la production de tous les biens intermédiaires sont essentiels à la production du bien final : si l'un des biens intermédiaires n'est pas fabriqué, la production du bien final sera nulle.
3. Montrez que la probabilité que les z contrats commerciaux soient respectés et que le bien final soit produit est égale à ρ^z. Expliquez pourquoi la probabilité diminue avec le nombre de biens intermédiaires à combiner pour produire le bien final ?
   Réponse : Il y a donc z étapes de production ou z biens intermédiaires et chaque intermédiaire est fabriqué avec une probabilité ρ. La probabilité que z étapes de production soient correctement accomplies ou que les z biens intermédiaires soient effectivement fabriqués est égale à :

$$\rho(1) \times \rho(2) \times ... \times \rho(z) = \Pi_{s=1}^{z} \rho(s) = \rho^z. \tag{5}$$

La probabilité que le bien final soit produit diminue avec le nombre de biens intermédiaires z à combiner pour produire le bien final car chaque bien intermédiaire est essentiel et sera effectivement fabriqué avec une probabilité ρ. A mesure que z augmente, la probabilité ρ^z que tous les biens intermédiaires soient produits diminue : plus le bien est complexe, moins il de chance d'être produit. NB : $P(A \cap B)$: la réalisation de cet événement entraîne la réalisation de l'événement A et de l'événement B; si les deux évènements sont indépendants (probabilité de B sachant A est égale à la probabilité de B), on a $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

4. Montrez que la production espérée du bien final est $\rho^z \times q_z$ et que la production espérée par travailleur est $A_z = \rho^z / z$ (Aide : calculez l'emploi total dans le secteur z nécessaire pour produire tous les biens intermédiaires puis utilisez (4)).

   Réponse : La production espérée du bien final est égale à :

$$E(q_z) = \rho^z \times q_z + (1 - \rho^z) \times 0 = \rho^z \times q_z.$$

   Pour calculer la production espérée par travailleur, il faut rapporter la quantité espérée de bien final au nombre total de travailleurs $z \times l$:

$$A_z = \frac{\rho^z \times q_z}{z \times l} = \frac{\rho^z \times l}{z \times l} = \frac{\rho^z}{z},$$

   où on utilise la forme particulière de la fonction de production qui implique que la production sera égale à la production la plus faible parmi toutes les étapes; si toutes les étapes sont réalisées, comme la production de chaque étape est identique, on a $q_z = q(s) = l$ (production globale égale production à l'étape s égale à la quantité de travail l).

5. On considère un pays du Nord avec un salaire w^N identique dans tous les secteurs et un pays du Sud avec un salaire w^S identique dans tous les secteurs. On note ρ^c la qualité des institutions dans le pays $c = N,S$. En utilisant votre réponse à la question précédente, montrez que le pays du Nord aura un avantage comparatif dans la production du bien z si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\left(\frac{\rho^N}{\rho^S}\right)^z > \frac{w^N}{w^S}. \tag{6}$$

   Réponse : D'après la théorie des avantages comparatifs, un pays c se spécialisera dans la production d'un bien lorsque son coût unitaire de production dans le secteur z donnée par w^c / A_z^c (salaire rapporté à la productivité des travailleurs) est inférieur à celui des autres pays. Donc le pays du Nord se spécialisera dans la production du bien final z si son coût unitaire de production w^N/A_z est moins élevé que celui dans le pays du Sud w^S/A_z^S dans ce secteur (Comme le prix est égal au coût unitaire de production, un pays pourra vendre un bien seulement si le prix est inférieur à celui de son partenaire commercial). En utilisant le fait que $A_z^c = \rho^c/z$, le pays du Nord se spécialisera dans la production du bien z si l'inégalité suivante est satisfaite:

$$\frac{w^N}{(\rho^N)^z/z} < \frac{w^S}{(\rho^S)^z/z}, \quad \left(\frac{\rho^N}{\rho^S}\right)^z > \frac{w^N}{w^S}.$$

En d'autres termes, le pays du Nord aura probablement un désavantage coût car $w^N > w^S$, mais aura un avantage en termes de productivité grâce aux meilleures institutions qui garantissent une plus grande probabilité que toutes les étapes soient réalisées.

6. Expliquez la relation entre la qualité des institutions et la spécialisation des pays dans la production de biens complexes.

   Réponse : Un pays qui dispose d'institutions de meilleure qualité verra la probabilité de fabrication du bien complexe baisser de manière moindre que celle dans un pays ayant des institutions de moins bonne qualité car la probabilité de fabrication d'un bien intermédiaire dépend de la qualité des institutions. Pour un même niveau d'emploi utilisé pour produire un bien nécessitant z étapes de fabrication ou z biens intermédiaires, comme la production espérée du bien final sera plus forte dans le pays N, la productivité du travail du bien z y sera plus élevée : bien que le pays du Nord ait un salaire plus élevé, la qualité des institutions permet de plus que compenser ce coût plus important en élevant la productivité du travail.

3 Exercice : Taux de change PPA

Une firme produit un bien en utilisant du travail L^j de type j selon une technologie représentée par la fonction de production suivante :

$$Y = A^j \times L^j. \tag{7}$$

On note W^j le taux de salaire nominal payé par la firme aux travailleurs de type j. Le prix en euros du bien vendu noté P est égal à 2 euros quel que soit le type de travailleurs embauchés.

1. Que représente le terme A?

Réponse : il représente la productivité du travail des travailleurs de type j puisque $A = \frac{\Delta Y}{\Delta L}$. Comme la fonction de production est linéaire, les rendements sont constants (et donc le coût marginal est constant).

2. On suppose que $W^X = 10$ euros et $A^X = 5$. Est-ce que ce type de travailleurs sera embauché ?

   Réponse : La demande de travail correspond au prix maximum que la firme est prête à payer pour embaucher un travailleur supplémentaire. Ce prix maximum est mesuré par la productivité marginale du travail $PmL = A^j =$; 5 euros; la firme compare ce pmrix maximum avec le prix à payer décrit par le salaire réel $\frac{W^j}{P} = \frac{10}{2} = 5$ euros. La firme va donc embaucher le travailleur de type X. On peut concevoir cette décision d'une autre façon en réécrivant le profit en termes de la production en utilisant le fait que $L^j = \frac{Y^j}{A^j}$:

$$\Pi^j = P\,.Y^j - W\,.\frac{Y^j}{A^j}.$$

   La somme exigée par la firme en contrepartie de l'offre d'une unité supplémentaire du bien est décrite par le coût marginal $\frac{W}{A^j} = \frac{W}{A^X} = 2$. Comme la firme reçoit ce qu'elle exige, est embauche le travailleur X. On peut observer qu'en embauchant ce travailleur et donc en produisant davantage, la firme réalisera un profit nul. En fait, la firme se comporte de telle sorte qu'elle est prête à vendre la quantité demandée: la courbe d'offre est horizontale; et son profit égal à 0 est celui qui est le plus élevé. Il ne faut pas oublier que le dirigeant se verse un salaire et que même si le dividende est nul, la firme est en en mesure de payer les salaires. On peut également supposer que la firme réaliser une marge en posant $W^X = (1+\mu)\ .W$ avec $W = 7.5$ de telel sorte que la fixation du prix optimal consiste à majorer le coût marginal d'une marge:

$$P = (1+\mu)\ .\frac{W}{A} = (1+\mu)\ .\frac{7.5}{5} = \left(1+\frac{1}{3}\right)\ .1.5 = 2.$$

   En vendant chaque unité à 2 euros, la firme réalise une marge égale à $\frac{1}{3}\ .1.5 = 0.5$ euro:

$$\Pi^j = \left(P - \frac{W}{A^X}\right)\ .Y^X = (2-1.5)\ .Y^X > 0.$$

   Au final, on pourrait faire l'hypothèse que W^X inclue une marge sur chaque salaire $W^X = (1+\mu)\ .W$. Mais ce type de structure de marché (concurrence monopolistique) s'éloigne de la concurrence parfaite.

3. Un deuxième type de travailleurs peut être embauché avec les caractéristiques suivantes : ils sont moins productifs $A^Y = 2 < A^X$ et demandent un salaire horaire moindre $W^Y = 6$ euros. Est-ce que ce type de travailleurs sera embauché ?

Réponse : Ces travailleurs ont un coût unitaire de production trop élevé $W^Y/A^Y = 6/2 = 3 > P = 2$. Ils ne seront pas embauchés bien qu'ils demandent un salaire faible.

4. Imaginons maintenant que les travailleurs de type B demandent à être embauchés à un salaire en dollar au lieu d'un salaire libellé en euros. On note ce salaire $W^{Y,\$} = 6$. En notant E le prix d'un dollar en euros (nombre d'euros par dollar), déterminez le taux de change qui égalise les coûts unitaires de production libellés dans la même monnaie des deux types de travail.

   Réponse : Il faut résoudre l'égalité suivante :

$$\frac{W^{Y,\$} \times E}{A^Y} = \frac{W^X}{A^X}, \quad \Rightarrow \quad E = \frac{4}{6} = 2/3.$$