

Pour comprendre comment fonctionne le marché des capitaux, il faut d'abord rendre compte des éléments explicatifs du comportement d'épargne des ménages et du comportement d'investissement des entreprises.

4.7.5 Formulation de la fonction d'épargne

4.7.5.1 Raisonnement

Nous allons maintenant préciser l'un des déterminants principaux de l'épargne des ménages. Nous allons donc faire appel à l'analyse microéconomique pour expliquer le comportement de l'épargnant :

1. D'abord, l'épargnant est contraint par ses ressources qui sont représentées par son revenu d'aujourd'hui mais également son revenu futur anticipé. Ensuite, cette contrainte de ressources l'oblige à faire un choix : le choix entre consommer plus aujourd'hui, donc épargner moins, et donc consommer moins dans le futur ou consommer moins dans le présent, épargner plus et avoir une consommation plus élevée dans quelques années.
2. Pour faire ce choix, vous comparez le bénéfice et le coût de consommer plus dans le présent. Si vous consommez plus dans le présent, votre satisfaction augmente aujourd'hui. Mais si vous décidez de consommer davantage dans le présent, votre épargne est plus faible et vous pourrez moins consommer dans le futur (ce qui diminue votre satisfaction dans le futur).
3. Selon le troisième principe de microéconomie, ce raisonnement se fait à la marge. Pour prendre sa décision, l'épargnant va comparer le bénéfice marginal :

$$\frac{\Delta U}{\Delta C_1}, \quad (4.60)$$

et le coût marginal de la consommation présente :

$$(1 + r) \cdot \frac{\Delta U}{\Delta C_2}. \quad (4.61)$$

Le coût de la consommation présente est représenté par son coût d'opportunité, c'est-à-dire au nombre d'unités de consommation auxquelles on renonce dans le futur pour consommer une unité supplémentaire aujourd'hui, ce qui réduit l'utilité future d'un montant indiqué par $\frac{\Delta U}{\Delta C_2}$. Ce coût dépend du taux d'intérêt réel r qui représente le taux de rémunération réelle de l'épargne et qui indique la quantité de biens et services supplémentaires que vous pouvez recevoir en renonçant à consommer une unité de consommation présente.

Le coût d'opportunité d'un bien en termes d'un autre bien est toujours déterminé par le prix de ce bien en termes de l'autre bien. Ici, le taux d'intérêt réel va déterminer le prix de la consommation présente en termes de consommation future. Lorsque le taux d'intérêt réel augmente, le prix de la consommation présente s'élève et donc vous allez épargner plus car le coût d'opportunité de la consommation présente est plus important (vous allez devoir renoncer à un plus grand nombre d'unités de consommation future). C'est ce qu'on appelle

en microéconomie l'**effet substitution** qui consiste à raisonner en termes de prix relatif ou de coût d'opportunité.

A côté de l'effet substitution, la variation du taux d'intérêt réel va également générer un **effet revenu** qui consiste à raisonner en termes de modification de ressources. Par exemple, si le taux d'intérêt réel augmente, en plaçant toujours la même somme, vous allez être plus riche au terme de votre placement car la rémunération réelle du placement augmente. Comme votre richesse augmente, vous pouvez consacrer ce supplément de richesse à la consommation présente et future. L'effet revenu incite donc le ménage à épargner moins et à consommer plus dans le présent.

4.7.5.2 Formalisation du problème d'épargne

On considère deux segments temporels : la période 1 comportant l'indice 1 et la période 2 comportant l'indice 2. L'économie est celle d'une économie de troc, cad une économie sans monnaie, où les biens s'échangent contre d'autres biens. L'économie est constituée d'un ménage représentatif.

On suppose que le ménage représentatif est doté d'un revenu Y_1 à la période 1 et d'un revenu nul $Y_2 = 0$ à la période 2. L'individu va choisir la consommation présente C_1 et la consommation future C_2 de façon à obtenir le bien-être le plus élevé. Ce bien-être est mesuré par l'utilité du fait de la consommation à la période 1 et de l'utilité du fait de la consommation à la période 2 qui est exprimée en unités de consommation à la période 1 par le biais du facteur d'actualisation $\frac{1}{1+\delta}$. L'utilité intertemporelle s'écrit donc :

$$\Lambda = U(C_1) + \frac{1}{1+\delta}U(C_2). \quad (4.62)$$

Le paramètre δ est le taux d'actualisation subjectif de l'individu. Il mesure le degré d'impatience de l'agent économique : plus le paramètre δ est élevé, moins le futur prend de l'importance (cad $\frac{1}{1+\delta}$ prend une valeur faible). A la période 1, l'individu épargne un montant S_1 qui correspond à la part du revenu qui n'est pas consommée puis à la période 2, l'individu consomme son épargne plus les intérêts :

$$S_1 = Y_1 - C_1, \quad (4.63a)$$

$$C_2 = (1+r) \cdot S_1. \quad (4.63b)$$

Les deux contraintes budgétaires (4.63a)-(4.63b) peuvent être réduites à une seule **contrainte budgétaire intertemporelle**. A cette fin, on élimine S_1 de l'équation (4.63a) en utilisant (4.63b). De manière formelle, l'équation (4.63b) peut être réécrite de la façon suivante :

$$S_1 = \frac{C_2}{1+r},$$

ce qui permet de réécrire (4.63a) sous la forme d'une contrainte budgétaire intertemporelle :

$$C_1 + S_1 = Y_1, \quad \Leftrightarrow \quad C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1. \quad (4.64)$$

La contrainte budgétaire intertemporelle (4.64) signifie simplement que la valeur présente des dépenses de consommation ne doit pas excéder le revenu de la période 1 Y_1 .

En utilisant (4.64) pour éliminer C_2 de l'utilité intertemporelle :

$$C_2 = (1 + r) \cdot (Y_1 - C_1). \quad (4.65)$$

on obtient :

$$\Lambda = U(C_1) + \frac{1}{1 + \delta} \cdot U[(1 + r) \cdot (Y_1 - C_1)]. \quad (4.66)$$

En différentiant (4.66) par rapport à C_1 et en annulant la dérivée première, on obtient le choix (intertemporel) optimal de la consommation :

$$U'(C_1) - \frac{1 + r}{1 + \delta} \cdot U'(C_2) = 0.$$

Le premier terme du membre de gauche de l'égalité ci-dessus représente l'effet sur l'utilité présente d'une unité supplémentaire de consommation présente. En consommant une unité supplémentaire, on épargne une unité en moins ce qui diminue le revenu à la période 2 en valeur présente de $\frac{1+r}{1+\delta}$ et donc réduit l'utilité de la période 2. Cette égalité peut être réécrite de façon à faire apparaître le profil intertemporel de la consommation permettant d'obtenir l'utilité intertemporelle la plus élevée possible :

$$\frac{U'(C_1) \cdot (1 + \delta)}{U'(C_2)} = 1 + r. \quad (4.67)$$

Le terme de gauche représente le taux marginal de substitution intertemporelle qui indique la quantité de C_2 que l'on est prêt à sacrifier pour consommer une unité supplémentaire de C_1 . Pour le voir, la pente de la courbe d'indifférence dans le plan (C_1, C_2) est obtenue en déterminant $\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1}$. En multipliant par $\frac{\Delta U}{\Delta U}$, on obtient :

$$\frac{\Delta C_2}{\Delta C_1} = \frac{\Delta U / \Delta C_1}{\Delta U / \Delta C_2} = \text{TMS intertemporel.}$$

En supposant une utilité prend la forme suivante : $U(C_i) = \frac{(C_i)^{1-\frac{1}{\sigma}}}{1-\frac{1}{\sigma}}$, l'égalité entre le TMS intertemporel et le prix relatif de la consommation présente $1 + r$ décrite par (4.67) s'écrit :

$$\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \cdot (1 + \delta) = 1 + r. \quad (4.68)$$

On pose

$$\delta = 0, \quad (4.69)$$

pour simplifier. L'égalité (4.68) permet d'obtenir le choix optimal d'épargne en posant utilisant le fait que $C_2 = S_1 \cdot (1 + r)$ et $C_1 = Y_1 - S_1$:

$$\left(\frac{S_1 \cdot (1 + r)}{Y_1 - S_1}\right) = (1 + r)^\sigma \quad (4.70)$$

ou encore

$$S_1 = (1 + r)^{\sigma-1} \cdot (Y_1 - S_1), \quad (4.71)$$

et en isolant l'épargne

$$S_1 = \frac{(1 + r)^{\sigma-1}}{1 + (1 + r)^{\sigma-1}} \cdot Y_1. \quad (4.72)$$

L'épargne est croissante avec r si $\sigma > 1$. Une hausse du taux d'intérêt engendre :

1. un **effet substitution** qui un exerce un effet négatif sur la consommation présente en élevant son prix relatif $1 + r$ comme l'indique (4.68).
2. un **effet revenu** qui un exerce un effet positif sur la consommation présente et donc négatif sur l'épargne. Cet effet se manifeste par le fait que le revenu à la deuxième période en termes réels $S(1 + r)$ est une fonction croissante du taux d'intérêt si $S > 0$ (prêteur) ce qui est toujours le cas sous nos hypothèses car l'individu est contraint d'épargner pour consommer à la période 2.

4.7.6 Formulation de la fonction d'investissement

Nous allons maintenant présenter le choix d'investissement de manière plus rigoureuse en ayant recours à une approche intertemporelle. On suppose que la firme débute avec un stock de capital en début de période égal à K pour produire une quantité Y :

$$Y = A \cdot K^\alpha, \quad (4.73)$$

où A est la productivité du capital. En raison du délai d'installation du nouveau capital, la firme choisit le niveau d'investissement I qui constituera le stock de capital à la période suivante. La formation brute de capital fixe ou investissement brut I est égal à l'accumulation de capital nécessaire pour amener le stock de capital à son niveau optimal $K_{+1} - K$ plus l'investissement d'amortissement pour remplacer les machines obsolètes $\delta \cdot K$:

$$I = K_{+1} - K + \delta \cdot K. \quad (4.74)$$

La firme emprunte un montant I de manière à obtenir la valeur présente de son profit réel futur anticipé la plus élevée possible :

$$\begin{aligned} \Pi_{+1}^a &= \frac{A_{+1}^a (K_{+1})^\alpha}{1 + r}, \\ &+ \frac{(1 - \delta) \cdot K_{+1}}{1 + r} - P_I \cdot I, \end{aligned} \quad (4.75)$$

où A_{+1}^a , est la valeur anticipée à la période suivante de la productivité. Le profit futur anticipé Π_{+1}^a est égal au chiffre d'affaires (le prix du bien est normalisé à 1) auquel on retranche les dépenses d'investissement $P_I \cdot I$.

La firme choisit la valeur du capital qui maximise Π_{+1}^a (4.75) sous la contrainte d'accumulation du capital (4.73). Au lieu de réécrire ce problème sous la forme d'un Lagrangien, on substitue la contrainte dans la fonction objectif :

$$\begin{aligned} \Pi_{+1}^a &= \frac{P \cdot A_{+1}^a (K_{+1})^\alpha}{1 + r}, \\ &+ \frac{(1 - \delta) \cdot K_{+1}}{1 + r} \\ &- P_I \cdot [K_{+1} - K + \delta \cdot K]. \end{aligned} \quad (4.76)$$

Pour se situer au sommet de la fonction de profit, la dérivée première de (4.75) par rapport à K_{+1} qui devient la seule variable de choix doit être nulle (en prenant K , A_{+1}^a comme donnés) :

$$\frac{\partial \Pi_{+1}^a}{\partial K_{+1}} = 0. \quad (4.77)$$

En différentiant (4.76) par rapport à K_{+1} , on obtient la condition du premier ordre :

$$\frac{P \cdot \alpha \cdot A_{+1}^a (K_{+1})^{\alpha-1} + (1 - \delta)}{1 + r} = p_I. \quad (4.78)$$

Le membre de gauche de (4.78) représente le gain marginal de l'investissement qui est composé de deux termes. En investissant une unité supplémentaire, la firme augmente le capital d'une unité ce qui en retour élève le chiffre d'affaires d'un montant indiqué par la productivité marginale du capital, $P \cdot \alpha \cdot A_{+1}^a (K_{+1})^{\alpha-1}$. Le deuxième terme du membre de gauche de (4.78) montre qu'une unité de capital supplémentaire élève la valeur du stock de capital futur d'un montant $(1 - \delta)$ qui pourra être revendu sur le marché de l'occasion. Le membre de droite de (4.78) représente le coût d'augmenter le capital d'une unité (p_I).

On pose pour simplifier :

$$P = P_I.$$

La condition du premier ordre (4.78) peut être réécrite comme une égalité entre la productivité marginale du capital et le coût d'usage du capital :

$$\underbrace{\alpha \cdot A_{+1}^a (K_{+1})^{\alpha-1}}_{PmK} - \delta = r. \quad (4.79)$$

La Figure 4.29 trace la productivité marginale du capital nette du taux de dépréciation représentée par une courbe décroissante et le coût d'une unité supplémentaire de capital représenté par la droite horizontale r .

En utilisant (4.79) pour obtenir le stock de capital optimal :

$$K_{+1}^a = \left(\frac{\alpha \cdot A_{+1}^a}{r + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (4.80)$$

on obtient une relation décroissante entre l'investissement optimal et le taux d'intérêt et une relation croissante entre l'investissement et la productivité future anticipé :

$$I = \left(\frac{\alpha \cdot A_{+1}^a}{r + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} - (1 - \delta) \cdot K, \quad (4.81)$$

ce qui peut être résumé par la fonction d'investissement :

$$I = I(r, A_{+1}^a). \quad (4.82)$$

La courbe représentative de la fonction d'investissement optimal (4.82) est représentée sur la Figure 4.30. Une hausse du taux d'intérêt réel réduit l'investissement. A l'inverse, lorsque la firme anticipe une productivité future plus élevée, la courbe d'investissement se déplace vers la droite. La Figure 4.31 trace le taux d'investissement et le taux d'intérêt réel en France sur la période 1970-2009 ; elle confirme la relation inverse entre coût du capital et investissement : i) la période 1980-1984 est associée à une forte hausse du taux d'intérêt réel et à une chute de l'investissement, ii) la période 1996-2007 est associée à une forte baisse du taux d'intérêt réel et une hausse tendancielle du taux d'investissement.

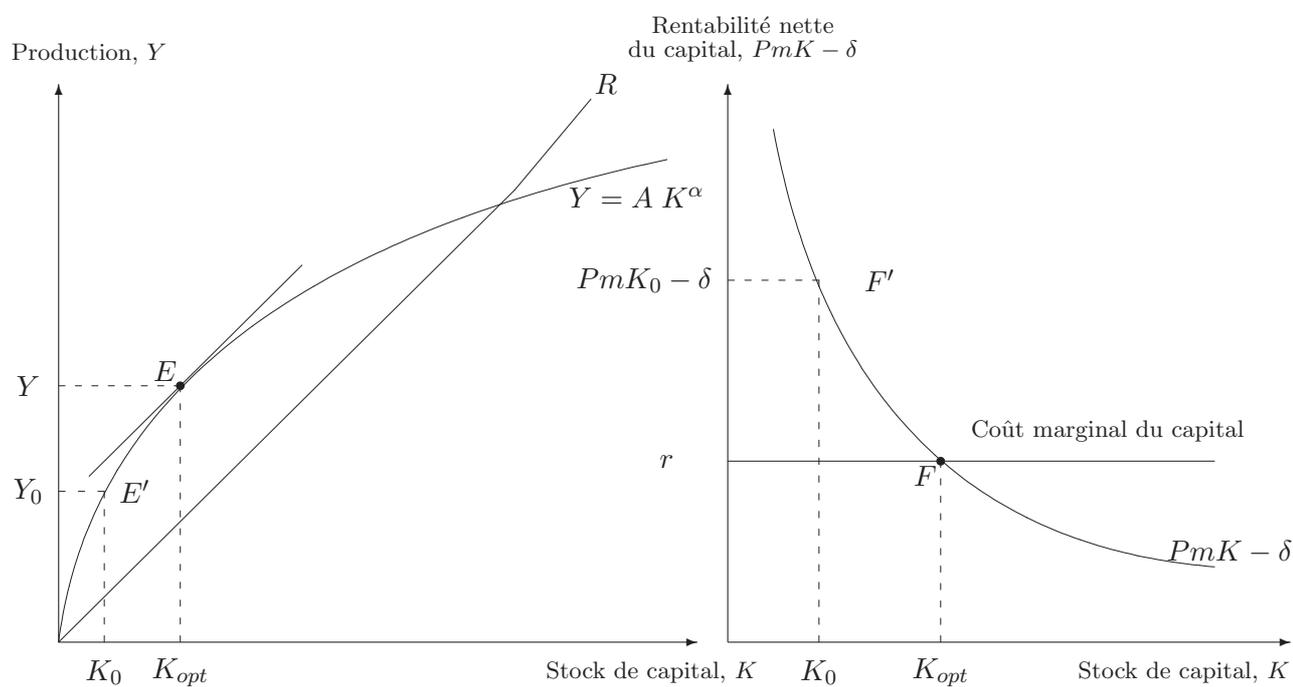


FIG. 4.29 – Productivité marginale du capital et taux d'intérêt réel : la décision d'investir en capital physique des entreprises

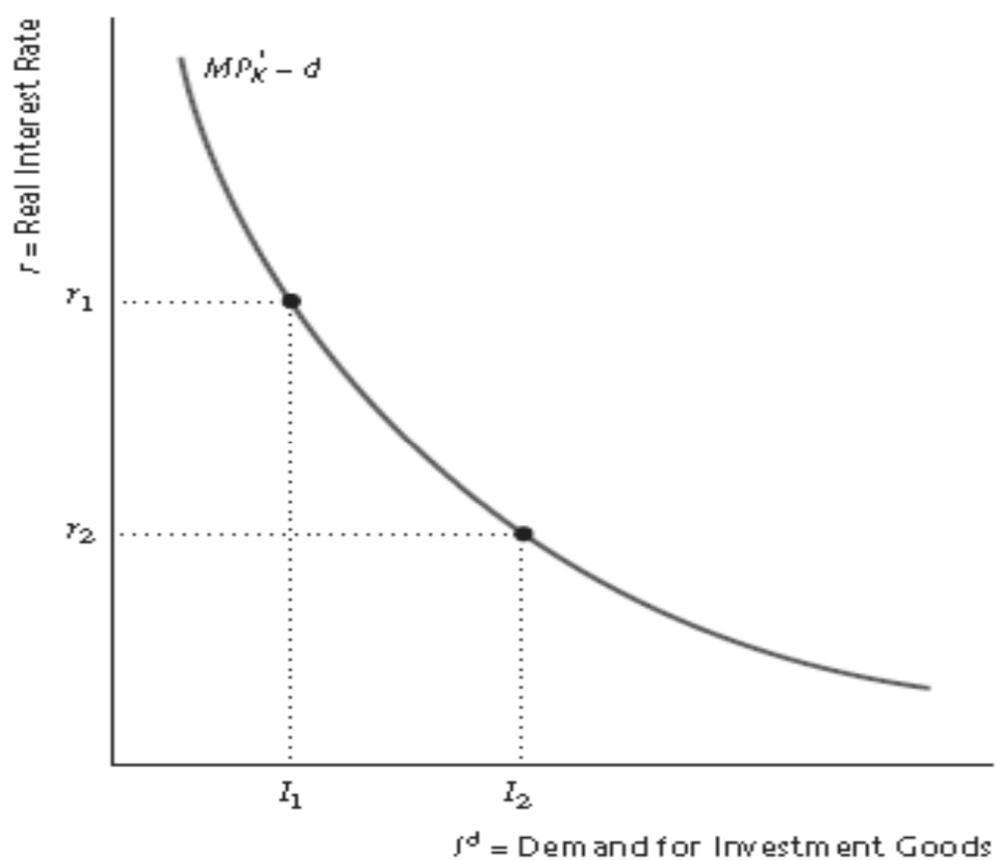


FIG. 4.30 – La courbe représentative de l'investissement optimal. Source : Williamson (2013) *Macroeconomics*, Prentice Hall, 5th Edition.

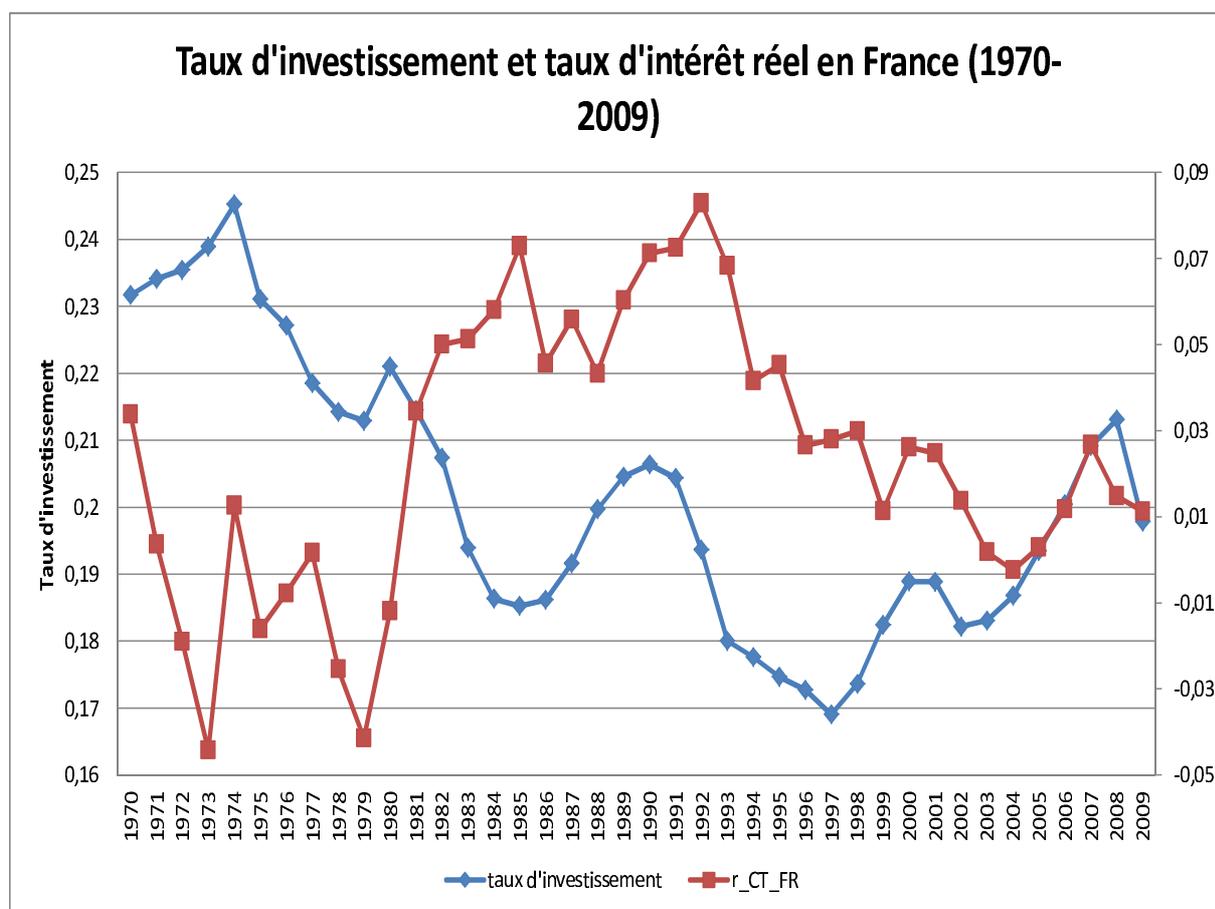


FIG. 4.31 – Taux d'investissement et taux d'intérêt réel en France (1970-2009) - Source : OCDE, calculs de l'auteur

4.7.7 L'équilibre sur le marché des capitaux ou des fonds prêtables

Nous venons de voir que l'épargne est une fonction croissante du taux d'intérêt réel et que l'investissement est une fonction décroissante du taux d'intérêt réel. L'offre et la demande sur le marché des capitaux sont donc résumées par les fonctions suivantes :

$$S = S(r), \quad \frac{\Delta S}{\Delta r} > 0, \quad (4.83a)$$

$$I = I(r), \quad \frac{\Delta I}{\Delta r} < 0, \quad (4.83b)$$

L'offre de capitaux par les épargnants et la demande de capitaux par les entreprises sont représentées sur la figure 4.32. La figure montre que c'est le taux d'intérêt nominal corrigé du taux d'inflation, c'est-à-dire le taux d'intérêt réel ex-ante, qui garantit l'équilibre sur le marché des capitaux. C'est donc le taux d'intérêt réel qui coordonne le comportement des épargnants et des investisseurs. Pour le voir de manière analytique, il suffit d'écrire la condition d'équilibre sur le marché des capitaux qui nécessite que l'offre de fonds soit égale à la demande de fonds :

$$S(r_0) = I(r_0). \quad (4.84)$$

En France, le taux d'intérêt réel qui permet d'assurer l'égalité entre l'offre de capitaux et la demande de capitaux s'établit en moyenne à 2.8%. Le taux d'inflation anticipé moyen vient s'ajouter au taux d'intérêt réel ex-ante moyen pour déterminer le taux d'intérêt nominal de long terme moyen :

$$i = r + \pi^a = r + \pi = 2.8\% + 5\% = 7.8\%.$$

A moyen-long terme, la rentabilité du capital s'établit à son coût :

$$\text{Rentabilité du capital} = \text{Coût du capital} = 7.8\%.$$

A la suite d'un changement de comportement de l'investissement ou de l'épargne après une modification de la fiscalité de l'épargne, ou à la suite d'une hausse des subventions à l'investissement ou d'anticipations optimistes des entrepreneurs sur les perspectives de profit dans le futur, le taux d'intérêt réel va s'ajuster pour assurer de nouveau la rencontre entre l'offre et la demande de capitaux. C'est ce que nous allons voir maintenant.

Subvention à l'investissement

Imaginons par exemple que le gouvernement français décide de fournir une subvention à l'investissement pour les entreprises qui achètent des biens d'équipement. Cette mesure serait donc destinée à favoriser l'adoption de machines plus performantes pour augmenter la capacité productive des entreprises. Une subvention incitant les entreprises à investir davantage va se traduire par un déplacement de la fonction d'investissement vers la droite sur le quadrant de gauche de la figure 4.33.³⁶ Cela signifie que pour le taux d'intérêt réel initial, r_0 , plus de projets d'investissement deviennent rentables et l'investissement national augmente. Il apparaît initialement un excès de demande de capitaux qui exerce une pression à la hausse sur le taux d'intérêt réel. L'accroissement du taux d'intérêt réel élève l'épargne des ménages et les conduit prêter un volume de capitaux plus important. L'épargne augmente de S_0 à S_1 .

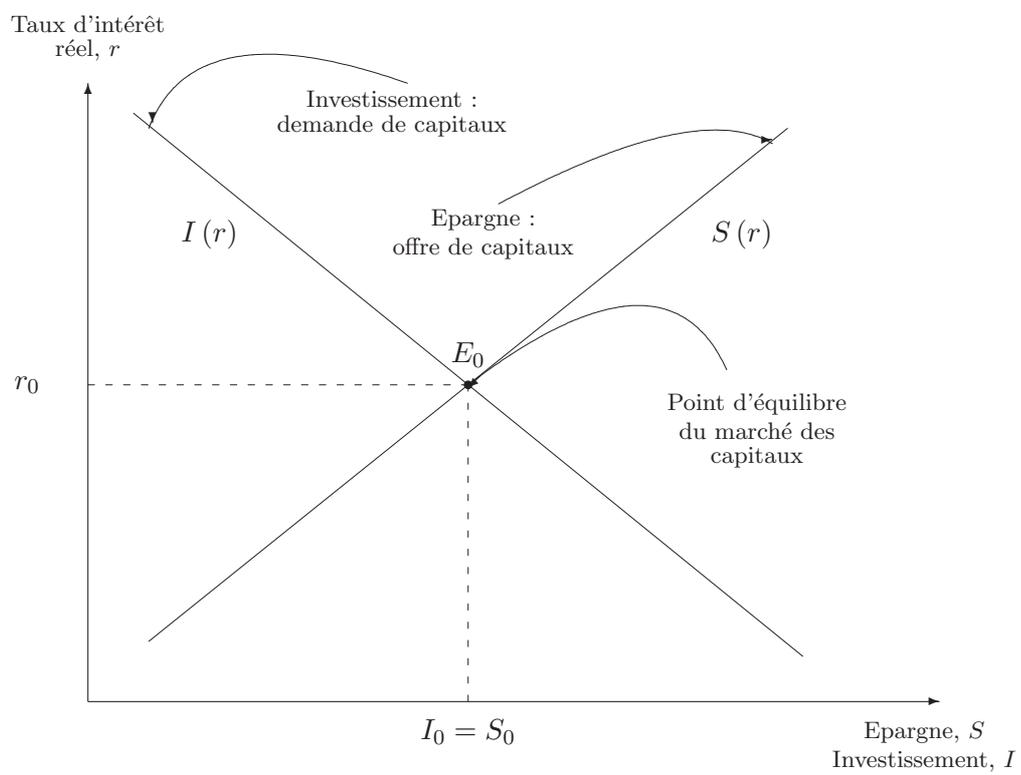


FIG. 4.32 – L'équilibre sur le marché des capitaux